

Année universitaire 2017-2018

Session 1 - Semestre 6

Licence 3 mention Économie

ÉPREUVE : OPTIMISATION

Date de l'épreuve : **Mercredi 02 Mai 2018**

Durée de l'épreuve : 1h30

Liste des documents autorisés : Aucun

Liste des matériels autorisés : Calculatrice FX92

Nombre de pages : 1

SEMESTRE 6 - Session 1
LICENCE 3 - Mention ECONOMIE

OPTIMISATION

Seule la calculatrice FX-92 est autorisée.

- Soient $C = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; x - 2y + z - 2t = 8 \text{ et } 2x + y + 2z + t = 6\}$ et $v = (4, 1, 2, 3)$.
 - Calculer le projeté orthogonal de v sur C .
 - Calculer la distance de v à C .
- Soit $f(x, y) = x^2 + 2y(x + 2y)$. On définit les problèmes d'optimisation suivants :
 \mathcal{P}_1 : Minimiser $f(x, y)$ sur $K_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 2e^{x+y} + 1 \leq y\}$.
 \mathcal{P}_2 : Minimiser $f(x, y)$ sur $K_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 2e^{x+y} + 1 < y\}$.
 \mathcal{P}_3 : Minimiser $f(x, y)$ sur $K_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 2x + 1 \leq y, 2y + 1 \leq x\}$
 - Montrer que problème \mathcal{P}_1 a une solution et une seule (ne pas chercher à la calculer).
 - Montrer que problème \mathcal{P}_2 n'a pas de solution.
 - Résoudre le problème \mathcal{P}_3 .
- Soit $f(x, y) = 2(x + 1)y - \ln x - 2 \ln y$.
Déterminer les extrémums locaux éventuels de f sur $(\mathbb{R}^{+*})^2$.
- Soit $f(x, y) = 2y^{-1} + x^{-1} + 3x^{-1}y^{-1}$.
 - Montrer que f est strictement convexe sur $(\mathbb{R}^{+*})^2$.
 - Soit $g = 5 - 4 \ln f$. Montrer que g est quasiconcave sur $(\mathbb{R}^{+*})^2$.
 - Maximiser f sur $K = \{(x, y) \in [1, 4]^2; 4 \leq x + y\}$.
(Un dessin pourra aider à déterminer les sommets de K).

Barème envisagé : 1)3+1 2)3+1+3 3)3 4)2+1+3