

Année universitaire 2017-2018

Session 2 - Semestre 6

Licence 3 mention Économie

ÉPREUVE : Introductory Econometrics

Enseignant : Thierry MAGNAC

Date de l'épreuve : Lundi 18 Juin 2018

Durée de l'épreuve : 1h30

Liste des documents autorisés : AUCun

Liste des matériels autorisés : Calculatrice et tous dictionnaires bilingues français-XXX

Nombre de pages (y compris page de garde) : 3

Problème 1: On dispose d'un échantillon de 1000 hommes qui reçoivent un taux de salaire horaire dont le logarithme est noté, y_i . On connaît leur niveau d'éducation ($Educ_i$) et leur expérience professionnelle (Exp_i) et on estime le modèle linéaire suivant en fonction de $x_i = (Educ_i, Exp_i)$:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 Educ_i + \beta_2 Exp_i + u_i, E(u_i | x_i) = 0.$$

Le estimateurs des Moindres Carrés Ordinaires, $\hat{\beta}_1^{(0)}$, et entre parenthèses leurs écart-types estimés, sont les suivants $\hat{\beta}_1 = 0,060$ (0,003), $\hat{\beta}_2 = 0,030$ (0,010). La covariance entre $\hat{\beta}_1$ et $\hat{\beta}_2$ est égale à $-1,5 \cdot 10^{-5}$.

Question A: (1pt) Comment s'écrit l'hypothèse d'homoscédasticité en fonction de u_i et x_i ? On l'admettra dans la suite.

Question B: On veut tester $H_0 : \beta_1 = \beta_2$ contre $H_a : \beta_1 \neq \beta_2$. On utilise une procédure de Student.

1. (1pt) Donner la formule de la statistique de test.
2. (1pt) Ecrire sa loi sous l'hypothèse nulle.
3. (1pt) Calculer sa valeur.
4. (1pt) Qu'en concluez vous à un niveau de test de 5%?
5. (2pt) Expliciter une autre procédure de test qui utiliserait les coefficients de détermination (R^2) de deux modèles, sous l'hypothèse nulle et sous l'hypothèse alternative.

Question C: On estime maintenant le modèle en utilisant deux sous échantillons DISTINCTS de 500 observations tirées dans l'échantillon principal et on note $\hat{\beta}^{(1)}$ et $\hat{\beta}^{(2)}$ ces estimateurs par les MCO qui sont bien définis.

1. (1 pt) Pourquoi les estimateurs $\hat{\beta}^{(0)}$, $\hat{\beta}^{(1)}$ et $\hat{\beta}^{(2)}$ sont-ils linéaires et sans biais?
2. (1 pt) Comparer leurs écart-types.
3. (1 pt) Comparer les intervalles de confiance obtenus pour le paramètre β_1 en utilisant chacun de ces trois estimateurs.

Problème 2: On considère le modèle suivant reliant le logarithme du taux de salaire, y_i , au sexe de l'individu, une femme ($f_i = 1$) ou un homme ($f_i = 0$) :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 f_i + u_i, E(u_i | f_i) = 0.$$

On dispose d'un échantillon aléatoire de 100 personnes.

1. (1pt) A quelle condition sur les données l'absence de multicolinéarité est-elle satisfaite? On la supposera satisfaite et on note $\hat{\beta}_1$ l'estimateur des MCO de β_1 .
2. (0.5pt) Quelle est la différence en moyenne entre les logarithmes de salaire des femmes et des hommes en fonction de $\hat{\beta}_1$?

3. (0.5pt) Comment s'exprime l'écart-type estimé de cette différence en fonction de la variance estimée de $\hat{\beta}_1$?

On utilise la variable indicatrice des hommes, h_i , (qui prend la valeur 1 pour les hommes et 0 pour les femmes) dans le modèle

$$y_i = \gamma_0 + \gamma_1 h_i + v_i.$$

4. (1pt) Calculer $E(v_i | h_i)$.
5. (1pt) Exprimer γ_0 et γ_1 en fonction de β_0 et β_1 .
6. (1pt) Exprimer l'estimateur MCO $\hat{\gamma}_1$ en fonction des estimateurs MCO $\hat{\beta}_0$ et $\hat{\beta}_1$.
7. (0.5pt) Quel est l'écart-type de $\hat{\gamma}_1$?
8. (1pt) Si on considère la moyenne empirique de y_i dans le sous-échantillon des femmes (respectivement des hommes) et qu'on note $\bar{y}_f$ (respectivement $\bar{y}_h$), exprimer $\hat{\beta}_0$ et $\hat{\beta}_1$ en fonction de $\bar{y}_f$ et $\bar{y}_h$.
9. (0.5pt) Montrer que la covariance entre $\bar{y}_f$ et $\bar{y}_h$ est nulle.
10. (1pt) Calculer la variance empirique de $\hat{\beta}_0$ en fonction des variances et covariances empiriques de $\bar{y}_f$ et $\bar{y}_h$.
11. (1pt) Calculer la variance empirique de $\hat{\beta}_1$ en fonction des variances et covariances empiriques de $\bar{y}_f$ et $\bar{y}_h$.
12. (1pt) Calculer la covariance empirique de $\hat{\beta}_0$ et de $\hat{\beta}_1$ en fonction des variances et covariances empiriques de $\bar{y}_f$ et $\bar{y}_h$.