Université Toulouse 1 Capitole
Ecole d'économie de Toulouse

Année universitaire 2017-2018

Session 1

Semestre 5

Licence 3 mention Économie
mention Économie & Mathématiques
mention Économie & Droit

Epreuve : Microéconomie 5

Date de l'épreuve : Lundi 11 Décembre 2017

Durée de l'épreuve : 1h30

Liste des documents autorisés : aucun

Liste des matériels autorisés : calculatrice et dictionnaire bilingue

Nombre de pages (y compris page de garde) : 4

Le barème des exercices est donné à titre indicatif.

Exercice 1 : WTP *[6 points]*

Une municipalité propose à chacun de ses habitants q_0 trajets en navette gratuite vers le centre ville. Les habitants peuvent aussi prendre un autre transport pour faire le même trajet mais en payant p_x par trajet. On note x la quantité de trajets faits en prenant ce transport payant. Chaque habitant a une fonction d'utilité $u(x,y,q) = y(x+q)$ où y est la quantité consommée des autres biens au prix p_y et q la quantité consommée de trajets gratuits.

1. Représentez une courbe d'indifférence associée à un niveau d'utilité $\overline{u}$ dans l'espace (x,y) et pour $q_0 > 0$. Donnez son équation, et précisez son comportement pas rapport aux axes. Notez toutes les valeurs pertinentes sur les axes.
2. Quel va être le nombre de trajets gratuits choisi par les habitants ? Justifiez votre réponse.
3. Bien qu'il y ait une navette gratuite, on observe que certains habitants ayant un revenu R prennent les deux types de transport. Que devez-vous calculer pour expliquer ce comportement ? Ecrivez le programme d'optimisation.
4. Quelles sont les valeurs des paramètres pour lesquelles ce comportement est vrai ? Justifiez votre résultat et donnez un commentaire écconomique.
5. La municipalité souhaite étendre les transports gratuits d'un niveau q_0 à un niveau q_1 avec $q_0 < q_1 < R/p_x$ par habitant. Quelle somme maximale notée S chaque habitant serait-il prêt à donner pour avoir q_1 au lieu de q_0 ?
6. BONUS *(1 point)* : Notons u_1 le niveau d'utilité atteint avec q_1 et u_0, le niveau d'utilité atteint avec q_0. Montrez que la somme maximale calculée précédemment peut s'écrire : $S = e(p_x, p_y, q_1, u_1) - e(p_x, p_y, q_1, u_0)$. Ainsi, que mesure cette somme ?

Exercice 2 : prix de vente et prix d'achat d'une loterie *[6 points]*

Soient deux agents (A et B) avec une richesse identique $w_0 = 8$ et averses au risque avec la même fonction $u(w)$. Seul monsieur A fait face à un risque représenté par une loterie $\widetilde{l} = \{(\frac{1}{2}, 8); (\frac{1}{2}, 1)\}$.

1. Calculer $E(\widetilde{l})$ et l'espérance de la richesse finale de monsieur A notée $E(\widetilde{w})$.
2. Quelle est l'équation qui détermine le prix minimum auquel M. A est prêt à vendre sa loterie ?
3. Quelle est l'équation qui permet de déterminer P la prime de risque de M. A ?
4. A l'aide des deux questions précédentes montrez que $p_v = E(\widetilde{l}) - P$.

5. Si $u(w) = \sqrt{w}$, la prime de risque est $P = 0.25$. Donnez l'ensemble des prix auxquels monsieur A accepte de vendre sa loterie.
6. Le prix maximum que monsieur B est prêt à payer pour acquérir la loterie est noté p_a. Quelle équation vérifie-t-il ?
7. Si monsieur B achète la loterie au prix p_a, quelle équation détermine la prime de risque P' associée à cette loterie ?
8. Montrez que $p_a = E(\widetilde{l}) - P'$.
9. Déterminez la condition pour qu'un échange soit possible entre les deux individus.
10. BONUS *(1 point)* : Cette condition est-elle vérifiée ? Justifiez votre réponse par quelques phrases sans calculer p_a.

Exercice 3 : risque de mauvaise récolte ***[8 points]***

Un agriculteur a une récolte qui lui rapporte une richesse $w_0 = 16$ en l'absence d'accident. Il fait face à un risque de perdre une partie de cette récolte avec une probabilité $\alpha = 0.1$: la perte L s'élève à 12. On suppose que ses préférences sont représentées par l'utilité VNM $u(w) = \sqrt{w}$.

1. Décrivez la richesse aléatoire $\widetilde{w}^A$ de l'agriculteur et donnez son espérance $E(\widetilde{w}^A)$. Donnez l'expression permettant de calculer la somme maximale que l'agriculteur est prêt à payer pour éviter ce risque et percevoir $E(\widetilde{w}^A)$ de façon certaine. Comment s'appelle cette somme ? Représentez-la graphiquement dans l'espace (w, u).
2. L'agriculteur a un voisin dans la même situation : faisant face au même risque et ayant la même richesse. On suppose qu'ils ont les mêmes préférences et que les risques de perte sont indépendants. Ils décident de regrouper leurs gains quelque soit la situation. Chacun prendra la moitié de la sommme des deux gains.
   (a) De quel type d'accord s'agit-il ?
   (b) Décrivez la richesse aléatoire $\widetilde{w}^M$ d'un des deux agriculteurs et donnez $E(\widetilde{w}^M)$.
   (c) BONUS *(0.5 point)* : Expliquez pourquoi l'hypothèse d'indépendance des risques est centrale pour que cet accord soit bénéfique.
3. Supposons maintenant que l'agriculteur va voir un assureur plutôt que son voisin. L'assureur lui propose le contrat suivant : contre une prime d'assurance p_a l'assureur lui verse une indemnité $I = 12\beta$ s'il y a perte, et zéro sinon. Le taux de couverture β est choisi par l'agriculteur. Par ailleurs, l'assureur ne supporte

aucun coût de transaction. Il assure de nombreux autres agriculteurs identiques faisant face au même risque. Ces risques sont indépendants. Ainsi, il connaît l'indemnité qu'il va verser par assuré.

Supposons la prime d'assurance $p_a = 1,2\beta$.

(a) Cette prime est-elle actuariellement juste ? Justifiez votre réponse.

(b) En citant les résultats du cours, donnez le niveau de couverture β choisi par l'agriculteur s'il paye p_a ?

(c) Décrivez la richesse aléatoire $\widetilde{w}^I$ dans ce cas et donnez son espérance $E(\widetilde{w}^I)$.

4. Comment l'agriculteur classe-t-il les trois situations correspondant aux questions 1, 2, et 3 précédentes ? Justifiez votre réponse.