

Licence 2 mention Economie parcours économie-gestion  
Licence 2 mention Economie parcours économie-droit  
Epreuve : STATISTIQUE INFÉRENTIELLE - A. ILLIG/M. DUVAL - Code : L2-S4-1  
Mercredi 13 juin 2018

Durée : 1 h.

Calculatrice : type CASIO fx92 autorisée.

Documents personnels : Aucun document.

Document fourni : table de la loi de Student (dont la dernière ligne correspond aux quantiles de la loi  $N(0,1)$ ).

**Exercice 1.** Dans cet exercice, vous arrondirez les résultats numériques à 1 chiffre après la virgule. Dans la ferme de Beauvallon, Martin élève des cailles japonaises. On suppose que le poids d'un oeuf suit une loi normale de moyenne  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ . Afin d'évaluer les performances de ponte des cailles de son élevage, Martin prélève  $n = 10$  oeufs. Il observe les poids (en grammes) suivants :

8.5 7.3 9.4 8.9 6.7 8.8 9 9.2 7.8 10.1

1. En introduisant des variables aléatoires  $X_i$  correctement choisies, donner un estimateur pour les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$ . En déduire une estimation ponctuelle de  $\mu$  et de  $\sigma$ .
2. Calculer l'espérance et la variance de l'estimateur de  $\mu$  proposé à la question précédente.
3. Donner la loi du poids total  $T_n$  de  $n = 10$  oeufs prélevés au hasard.
4. Construire (en cinq étapes) un intervalle de confiance de niveau de confiance 90% pour le poids moyen  $\mu$  d'un oeuf de caille. Interpréter le résultat.
5. Utiliser l'intervalle de confiance précédent pour tester au niveau 10% les hypothèses suivantes :

$$H_0 : \mu = 9 \text{ contre } H_1 : \mu \neq 9.$$

Commenter le résultat.

6. On suppose désormais que  $\sigma$  est connu et égal à 1 gramme. Calculer la valeur minimale de  $n$  pour que la longueur de l'intervalle de confiance de  $\mu$  de niveau de confiance 95% soit inférieure ou égale à 1 gramme.

**Exercice 2.** Dans cet exercice, vous arrondirez les résultats numériques à 3 chiffres après la virgule. Un mois avant des élections présidentielles, opposant deux candidats nommés Murray et Smith, 500 personnes ont été interrogées afin de récolter leur intention de vote à ce scrutin. Sur les 500 individus, 270 ont répondu vouloir voter pour Murray et 230 pour Smith.

1. En introduisant des variables aléatoires  $X_i$  correctement choisies, donner un estimateur  $\hat{p}$  de la proportion  $p$  d'individus de la population ayant l'intention de voter pour Murray aux élections.
2. Calculer l'espérance et la variance de  $\hat{p}$ . En déduire l'erreur quadratique moyenne de  $\hat{p}$ .
3. Déterminer la valeur estimée et l'erreur standard observée de  $\hat{p}$ .
4. Construire (en cinq étapes) un intervalle de confiance de niveau de confiance 90% pour  $p$ . Conclure si l'on peut déterminer que le candidat Murray récolte plus d'intentions de vote que Smith dans la population entière, à un mois du scrutin.

Quinze jours avant le scrutin, on réitère le sondage sur un autre échantillon d'individus. Sur 1000 individus interrogés, 520 ont répondu vouloir voter pour Murray et 480 pour Smith. On notera  $p_2$  le pourcentage d'intention de vote pour Murray dans la population entière, quinze jours avant le scrutin.

5. Utiliser un test d'hypothèse de niveau 1% pour *déterminer* si le pourcentage d'intentions de vote pour Murray a diminué entre le premier et le second sondage.
6. Utiliser la table fournie pour *déterminer* un encadrement de la P-valeur du test précédent. *Conclure* quant à l'issue de ce test en fonction de la valeur du niveau.

### Loi de Student

Quantiles  $t_\beta$  d'ordre  $\beta$  d'une v.a.r.  $X$  de loi de Student  $T(n)$  à  $n$  degrés de liberté :

$$\mathbb{P}(X \leq t_\beta) = \beta.$$

$n/\beta$	0.75	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
1	1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	636.6192
2	0.8165	1.8856	2.92	4.3027	6.9646	9.9248	31.5991
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	12.924
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	8.6103
5	0.7267	1.4759	2.015	2.5706	3.3649	4.0321	6.8688
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.9588
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.998	3.4995	5.4079
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.306	2.8965	3.3554	5.0413
9	0.7027	1.383	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.7809
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.5869
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.201	2.7181	3.1058	4.437
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.681	3.0545	4.3178
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	4.2208
14	0.6924	1.345	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	4.1405
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	4.0728
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	4.015
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.9651
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.9216
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.093	2.5395	2.8609	3.8834
20	0.687	1.3253	1.7247	2.086	2.528	2.8453	3.8495
21	0.6864	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.8193
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.7921
23	0.6853	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.7676
24	0.6848	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.7454
25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.7251
26	0.684	1.315	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.7066
27	0.6837	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.6896
28	0.6834	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.6739
29	0.683	1.3114	1.6991	2.0452	2.462	2.7564	3.6594
30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.75	3.646
40	0.6807	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	3.551
60	0.6786	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	3.4602
80	0.6776	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	3.4163
100	0.677	1.2901	1.6602	1.984	2.3642	2.6259	3.3905
120	0.6765	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174	3.3735
Inf	0.6745	1.2816	1.6449	1.96	2.3263	2.5758	3.2905