

**Année universitaire 2017-2018**

**Session 1 - Semestre 3**

Licence 2 mention Economie parcours économie-gestion  
Licence 2 mention Economie parcours économie-droit

**EPREUVE : PROBABILITES**

**Enseignant : Olivier PERRIN**

Date de l'épreuve : **11/12/2017**

Durée de l'épreuve : **1h30**

Liste des documents autorisés : aucun document autorisé

Liste des matériels autorisés : calculatrice Casio FX-92

Nombre de pages : 5

Seules les calculatrices de type Casio FX-92 sont autorisées.

**Une seule grille est donnée.**

Barème : une réponse juste vaut 1 point, une mauvaise réponse vaut 0 point et une non-réponse vaut 0 point.

- Question 1**  $A$  et  $B$  sont deux événements tels que  $P(A) = P(B) = 1/4$  et  $P(A + B) = 7/16$ . Ces deux événements sont
- (a) indépendants
  - (b) dépendants
  - (c) disjoints
  - (d) de probabilités différentes.
- Question 2** On choisit deux personnes au hasard, en vrac, d'un groupe comprenant trois femmes et deux hommes. La probabilité que les deux personnes choisies soient de même sexe vaut
- (a) 20%
  - (b) 40%
  - (c) 60%
  - (d) 80%.
- Question 3**  $A$  et  $B$  sont deux événements indépendants tels que  $P(A) = 1/2$  et  $P(B) = 1/4$ .  $P(A + B)$  vaut
- (a)  $2/4$
  - (b)  $1/8$
  - (c)  $5/8$
  - (d)  $3/8$ .
- Question 4**  $A$  et  $B$  sont deux événements indépendants tels que  $P(A) = 1/2$  et  $P(B) = 1/4$ . La probabilité conditionnelle  $P(A|A + B)$  vaut
- (a) 1
  - (b)  $4/5$
  - (c)  $2/5$
  - (d)  $3/8$ .
- Question 5** Soit  $X$  une variable aléatoire (*v.a.*) suivant une loi hypergéométrique  $\mathcal{H}(1500; 15; 0, 1)$ . Les conditions sont favorables pour approximer la loi de  $X$  par
- (a) une loi binomiale  $\mathcal{B}(1500; 0, 1)$
  - (b) une loi binomiale  $\mathcal{B}(15; 0, 1)$
  - (c) une loi de Poisson  $\mathcal{P}(150)$
  - (d) une loi de Poisson  $\mathcal{P}(1, 5)$ .
- Question 6** On cherche une lettre qui a la probabilité  $p$  de se trouver dans un bureau ; ce bureau a deux tiroirs (**disjoints**)  $T_1$  et  $T_2$ , et on range trois fois plus de lettres dans  $T_1$  que dans  $T_2$ . La probabilité que la lettre se trouve dans  $T_2$  sachant qu'on ne la pas trouvé dans  $T_1$  vaut :
- (a)  $\frac{p}{(4-3p)}$
  - (b)  $p/4$
  - (c)  $3p/4$
  - (d) 0.

**Exercice 1** Le nombre d'articles défectueux dans un échantillon de taille  $n$  est représenté par une *v.a.*  $X$  suivant une loi binomiale  $\mathcal{B}(n, p)$ .

**Question 7** Sachant que  $E(X) = 10$  et  $V(X) = 9,9$ , la probabilité  $p$  vaut (on gardera cette valeur dans la suite de cet exercice)

- (a) 0,99
- (b) 0,01
- (c) 0,1
- (d) 0,001.

**Question 8** On prend  $n = 100$ . La loi de  $X$  peut être approximée par

- (a) une loi hypergéométrique  $\mathcal{H}(1000, 100, p)$
- (b) une loi de Poisson  $\mathcal{P}(1)$
- (c) une loi de Poisson  $\mathcal{P}(10)$
- (d) on ne sait pas.

**Question 9** On prend  $n = 100$ . Avec l'approximation précédente,  $P(X \geq 1)$  vaut (on donne  $\exp(1) = 2,71$ )

- (a) 0,63
- (b) 0,37
- (c) 0,50
- (d) 0,71.

**Question 10** Pour que  $P(X \geq 1) \geq 0,99$ , la taille  $n_0$  minimale de l'échantillon vaut (on donne  $\ln(99) = 4,60$  et  $\ln(100) = 4,61$ )

- (a) 461
- (b) 990
- (c) 100
- (d) 445.

**Exercice 2**  $(X, Y)$  est un couple continu de densité conjointe

$$f(x, y) = C(x^3 + y^3) \exp(-(x + y)) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+}(x, y).$$

**Question 11** Les densités marginales  $f_X(x)$  et  $f_Y(y)$  de  $X$  et  $Y$  sont

- (a)  $f_X(x) = C(x^3 + 2) \exp(-x) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(x)$  et  $f_Y(y) = C(y^3 + 2) \exp(-y) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(y)$
- (b)  $f_X(x) = C(x^3 + 6) \exp(-x)$  et  $f_Y(y) = C(y^3 + 6) \exp(-y)$
- (c) différentes
- (d)  $f_X(x) = C(x^3 + 6) \exp(-x) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(x)$  et  $f_Y(y) = C(y^3 + 6) \exp(-y) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(y)$ .

**Question 12** La constante  $C$  vaut

- (a) 6
- (b) 1/6
- (c) 12
- (d) 1/12.

**Question 13** L'espérance  $E(X)$  vaut

- (a) 3
- (b) 7/2
- (c) 3/2
- (d) 5/2.

**Question 14** La covariance  $Cov(X, Y)$  vaut

- (a) 4
- (b) -4
- (c) -9/4
- (d) 9/4.

**Question 15** En admettant que les *v.a.*  $X + 4Y$  et  $67X + 17Y$  sont non corrélées,  $4V(X)$  vaut

- (a) 19
- (b) 18
- (c) 17
- (d) 16.

Coller  
verticalement  
la  
troisième  
étiquette  
ici.

### Grille des réponses

Barème : une réponse juste vaut 1 points, une réponse fausse vaut 0 point et une non-réponse vaut 0 point.

	(a)	(b)	(c)	(d)
Question 1.				
Question 2.				
Question 3.				
Question 4.				
Question 5.				
Question 6.				
Question 7.				
Question 8.				
Question 9.				
Question 10.				
Question 11.				
Question 12.				
Question 13.				
Question 14.				
Question 15.				