Année universitaire 2017-2018

Session 1 - Semestre 2

Licence 1 mention Economie parcours Economie et Gestion
Licence 1 mention Economie parcours Economie et Droit

Epreuve : MATHEMATIQUES 2

Enseignants : M. DUVAL / J.P. IBRAHIM

Date de l'épreuve : 30 avril 2018

Durée de l'épreuve : 1h30

Liste des documents autorisés : aucun

Liste des matériels autorisés : calculatrice type Casio fx-92

Nombre de pages (y compris page de garde) : 7

CONSIGNES GENERALES :

- la rédaction sera prise en compte dans la notation. Elle se fera sur ce sujet-réponse.
- le barême est indicatif et pourra être modifié lors de la correction.

Coller une étiquette ici

Exercice 1 **9 points**

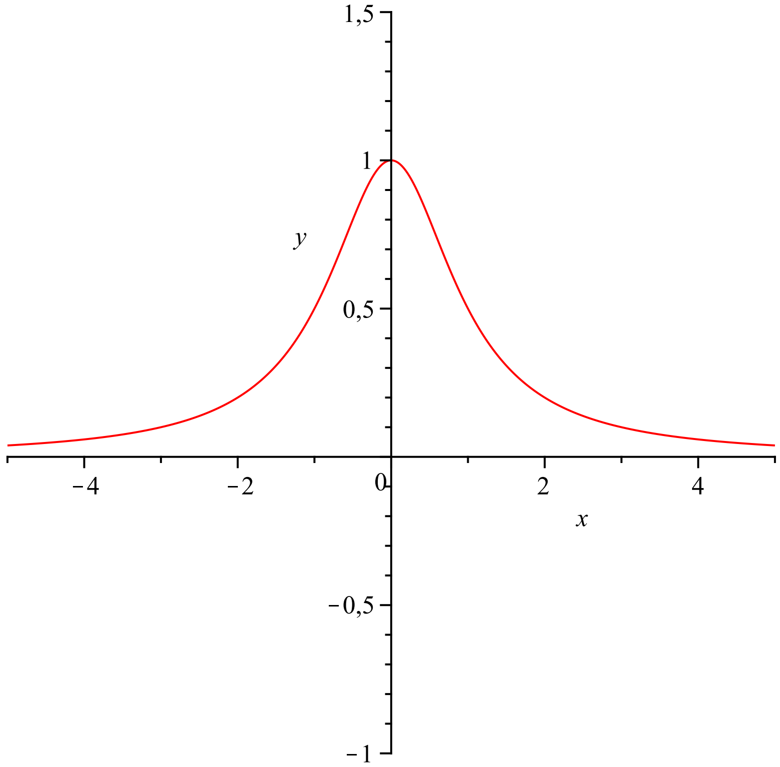
Dans cet exercice, sauf mention contraire, les réponses devront êtres rigoureusement justifiées.
Les questions 1) et 2) sont indépendantes :

1) On considère la fonction réelle de deux variables réelles suivantes :

$$f : (x, y) \mapsto \ln (x^2 y + y - 1).$$

a) Déterminer $\mathcal{D}_f$, le domaine de définition de f.
Réponse :

b) Représenter le domaine $\mathcal{D}_f$ sur le graphique ci-dessous (nous avons tracé au préalable la courbe représentative de la fonction réelle $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$).
Réponse :



c) $\mathcal{D}_f$ est-il ouvert ?
Réponse :

d) $\mathcal{D}_f$ est-il fermé ?
Réponse :

e) $\mathcal{D}_f$ est-il borné ?
Réponse :

f) Sans justifier, déterminer si $\mathcal{D}_f$ est convexe.
Réponse :

g) Déterminer $f(\{(1;2),(2;1)\})$.
Réponse :

h) Déterminer $f^{-1}(\{\ln 2\})$.
Réponse :

2) On considère la fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$f(x, y) = x^2 y - y + 1.$$

a) Calculer le gradient de f.
Réponse :

b) En déduire l'équation du plan tangent au graphe représentatif de f au point $(-1, 2)$.
Réponse :

c) Calculer les dérivées partielles secondes de f.
Réponse :

d) En déduire si f est convexe, concave ou ni l'un ni l'autre sur $\mathbb{R}^2$.
Réponse :

$e)$ Chercher les points critiques de f et étudier leur nature.
Réponse :

$f)$ f peut-elle admettre des extrema globaux ?
Réponse :

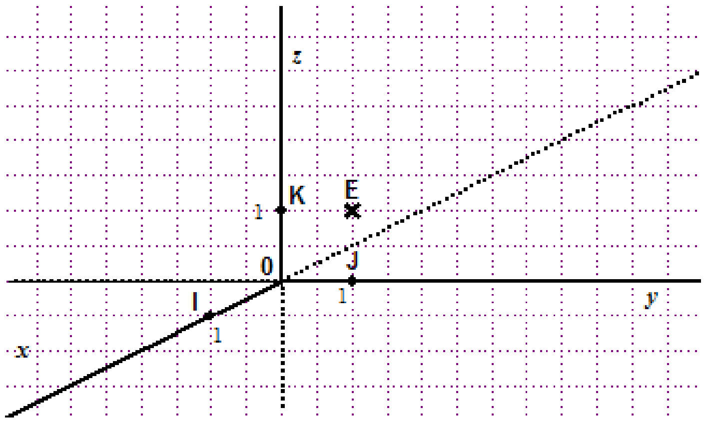
Exercice 2 — 7 points

Dans cet exercice, vous ne justifierez pas vos réponses.

Soit P le plan d'équation $3x + y - z = 2$ et D la droite de représentation paramétrique :

$$D = \{(x;y;z) \in \mathbb{R}^3 \,|\exists t \in \mathbb{R}, \left\{\begin{array}{lcl} x & = & 3t+1 \\ y & = & 2t-2 \\ z & = & -t+3 \end{array}\right. \}.$$

1) Soient les points $A(1;-1;2)$, $B(0;2;1)$ et $C(-3;-4;-1)$. Placer ces points dans le repère ci-dessous.



2) Déterminer les coordonnées du point E, sachant que $y_E = -3$.
Réponse :

3) Déterminer un vecteur directeur de D.
Réponse :

4) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de P et D, noté H.
Réponse :

5) Soit S la sphère de centre A passant par B.

a) Déterminer une équation de S.
Réponse :

b) Est-ce que C est à l'intérieur, à l'extérieur ou sur la sphère S ?
Réponse :

c) Déterminer l'intersection de S avec le plan d'équation $y = 2$.
Réponse :

d) Préciser la nature géométrique de ce domaine.
Réponse :

Exercice 3 **4 points**

Résoudre, en fonction du paramètre réel m, le système suivant d'inconnues x, y et z.

$$\left\{\begin{array}{rcccccl} x & - & y & - & mz & = & -2 \\ x & - & 2y & & & = & -1 \\ 3x & + & (m-1)y & - & 2z & = & 1 \end{array}\right.$$

Réponse :