TOULOUSE SCHOOL OF ECONOMICS, M1, 2016-2017
Macroeconomics – Patrick Fève – Franck Portier

EXAM (JUNE, 12, 2017)

Labor Supply, Productive Government Spending and Ricardian Equivalence

Consider a two–period production economy with three types of agents: 1) Households, 2) Firms and 3) Government. The economy is deterministic.
The inter-temporal utility of the representative household is given by:

$$\log(c_1) + \beta \log(c_2) + \beta \log(1 - n_2)$$

where $\beta \in (0, 1)$ is the discount factor. Here, we assume that the representative household can only supply labor (n_2) in second period at a wage w. The household receives an endowment $\bar{y} > 0$ in first period, but no endowment in the second period. The representative household owns the firm and we define the intertemporal budget constraint as follows. Let Π be profits that she receives from owning the firm (profits are given for the household). The household must also pay lump-sum taxes in first and second periods (denoted t_1, t_2). Then the household chooses consumptions c_1 and c_2 (at given prices p_1 and p_2) and labor supply n_2 in second period (at a wage denoted w) to maximize the utility subject to the intertemporal budget constraint

$$p_1 c_1 + p_2 c_2 = p_1 \bar{y} - p_1 t_1 + w n_2 - p_2 t_2 + \Pi$$

The firm uses the labor input n_2 and pays a wage w. The firm's production function is given by:

$$y_2 = n_2 g_1^{\varphi}$$

where $\varphi \geq 0$. When $\varphi > 0$, government spending in first period is productive in second period and increases the efficiency of production. Note that g_1 is considered as given by the firm (it acts as a production externality). When $\varphi = 0$, public spending is totally wasteful. The competitive firm chooses optimally the level of labor demand (n_2) in period 2 such that she maximizes the profit:

$$\Pi = p_2 y_2 - w n_2$$

where p_2 is the price of output in period 2 and w the nominal wage.
Finally, the government consumes g_1 in first period (at a price p_1) and collects taxes t_1 and t_2 (**notice that** $g_2 = 0$). In addition, the government must satisfy its intertemporal budget constraint

$$p_1 g_1 = p_1 t_1 + p_2 t_2$$

It follows that the market clearing condition on goods market in period 1 is

$$c_1 + g_1 = \bar{y},$$

and in period 2

$$c_2 = y_2$$

1. Define a competitive equilibrium of this economy (3 pts).

2. Solve for a competitive equilibrium. First solve the household problem (i.e. find the optimal consumptions c_1, c_2 and labor supply n_2, for given prices). Next, determine the optimal labor demand and good supply, for given prices. After, use the equilibrium conditions on goods market (in period 1 and 2), on labor market and combine them with the optimality conditions in order to obtain the equilibrium allocations and prices (7 pts).

3. What is the effect of an increase in public spending g_1 on output, consumption and employment (in period 1 and 2) ? Comment.(3 pts)

4. Show that the Ricardian equivalence holds in this economy (3 pts).

5. Do you think that this model is a reasonable representation of the economy to study i) the government spending multiplier and ii) the Ricardian equivalence? (4 pts)

6. *Bonus:* What is the optimal level of government spending? (2 pts)

TOULOUSE SCHOOL OF ECONOMICS, M1, 2016-2017
Macroéconomie – Patrick Fève – Franck Portier

EXAMEN (12 JUIN 2017)

Offre de travail, dépenses publiques productives et équivalence ricardienne.

Soit une économie de production à deux périodes et à trois agents: un ménage représentatif, une firme représentative et un gouvernement.
L'utilité intertemporelle du ménage est :

$$\log(c_1) + \beta \log(c_2) + \beta \log(1 - n_2)$$

où $\beta \in (0, 1)$ est le facteur d'escompte. On suppose que le ménage n'offre du travail n_2 qu'à la seconde période, pour un salaire w. Le ménage reçoit une dotation en bien $\bar{y} > 0$ en première période et zero en seconde période. le ménage possède la firme, et sa contrainte budgétaire s'écrit de la façon suivante. Π représentent les profits reçus de la firme (tous les profits sont distribués au ménage). Le ménage paie des impôts forfaitaires à chaque période (notés t_1 et t_2). Le ménage consomme c_1 et c_2 (pour des prix p_1 et p_2) et offre du travail n_2 en seconde période (payé au salaire w) afin de maximiser son utilité sous la contrainte budgétaire intertemporelle

$$p_1 c_1 + p_2 c_2 = p_1 \bar{y} - p_1 t_1 + w n_2 - p_2 t_2 + \Pi$$

La firme emploie la quantité de travail n_2 au salaire w. Sa fonction de production est :

$$y_2 = n_2 g_1^{\varphi}$$

où $\varphi \geq 0$. Quand $\varphi > 0$, les dépenses publiques de la première période sont productive dans la seconde, en accroissant l'efficacité de la production. g_1 est considéré comme donné par la firme et agit donc comme une externalité. Quand $\varphi = 0$, les dépenses publiques sont une pure perte. La firme agit de manière concurrentielle et exprime une demande de travail (n_2) en période 2 pour maximiser le profit:

$$\Pi = p_2 y_2 - w n_2$$

où p_2 est le prix de la production en période 2 et w le salaire.
Enfin, le gouvernement dépenses g_1 en première période (au prix p_1) et prélève les taxes t_1 et t_2 (**il est à noter que** $g_2 = 0$). Le gouvernement doit satisfaire la contrainte budgétaire intertemporelle

$$p_1 g_1 = p_1 t_1 + p_2 t_2$$

La condition d'équilibre du marché des biens en période 1 s'écrit

$$c_1 + g_1 = \bar{y},$$

et en période 2

$$x c_2 = y_2$$

1. Définir un équilibre concurrentiel de cette économie (3 pts).

2. Résoudre l'équilibre concurrentiel. Pour ce faire, résoudre dans un premier temps le problème du ménage (c'est-à-dire trouver les consommations optimales c_1, c_2 et l'offre de travail n_2 à prix donnés). Ensuite, déterminer la demande optimale de travail et l'offre optimale de bien à prix donnés. Enfin, utiliser les conditions d'équilibre du marché des biens aux périodes 1 et 2 et la condition d'équilibre du marché du travail en période 2, les combiner avec les conditions d'optimalité pour obtenir les allocations et prix d'équilibre. (7 pts).

3. Quel est l'effet d'une augmentation des dépenses publiques g_1 sur la production, la consommation et l'emploi aux deux périodes? Commenter.(3 pts)

4. Montrer que l'équivalence ricardienne est vérifiée dans cette économie (3 pts).

5. Ce modèle est-il une représentation raisonnable de l'économie pour étudier i) le multiplicateur de dépenses publiques et ii) l'équivalence ricardienne? (4 pts)

6. *Bonus:* Quel est le niveau optimal de dépenses publiques? (2 pts)