TSE
Toulouse School of Economics
École d'économie de Toulouse

UNIVERSITÉ TOULOUSE 1 CAPITOLE

Université Toulouse 1 Capitole
Ecole d'économie de Toulouse

Année universitaire 2016-2017

Session 1

Semestre 1

Master 1 Economie , Econométrie, Statistiques

Epreuve : Intermediate Econometrics

Date de l'épreuve : 12 décembre 2016

Durée de l'épreuve : 2h

Liste des documents autorisés : cheat sheet A4 both sides

Liste des matériels autorisés : calculatrice

Nombre de pages (y compris page de garde) : 7

Econométrie Approfondie M1 - TSE   Examen Final   Dec 2016

M1 Economie / M1 Econométrie et Statistiques

- *Vous avez 2 heures pour répondre aux questions.*
- *Vous avez droit à une calculatrice et un formulaire manuscrit de format A4 (recto-verso).*
- *Utilisez les résultats connus du cours.*
- *Vous pouvez utiliser les notations du cours sans rappeler leur signification. Si vous introduisez de nouvelles notations, donnez leur signification.*
- ***(SA)** indique qu'une réponse courte (une-deux phrases ou formules) est suffisante.*
- *Le total des points est de 40.*

EXERCICE 1 (14 points). Soit y une variable aléatoire réelle de densité

$$f(y) = \theta y^{\theta-1} \qquad y \in (0,1) \qquad \theta > 0\,.$$

Cette variable est telle que

$$\mathrm{E}(\log y) = -\frac{1}{\theta}\,. \tag{1}$$

1. [2 points] **(SA)** Ecrire la log-vraisemblance d'une observations ainsi que la fonction score.
2. [2 points] Quel est l'estimateur du Maximum de Varisemblance $\widehat{\theta}$ de θ?
3. [1 point] **(SA)** Quelle est la matrice d'information (qui est ici scalaire)?
4. [2 points] **(SA)** Quelle est la distribution asymptotique de $\widehat{\theta}$?
5. [2 points] **(SA)** Montrer que l'estimateur de la méthode des moments basé sur (1) est $\widehat{\theta}$.
6. [2 points] On veut tester $\theta = \theta_0$ contre $\theta \neq \theta_0$. Donner la statistique de Wald et la règle de décision du test asymptotique.
7. [3 points] Pour les mêmes hypothèses, montrer que la statistique du Score est égale à celle de Wald, et donc que les deux tests asymptotiques sont les mêmes.

EXERCICE 2 (6 points). Soit le système d'équations simultanées

$$\begin{aligned} p_i &= \alpha_1 + \alpha_2 q_i + \alpha_3 x_i + u_i && \text{(Offre)} \\ q_i &= \beta_1 + \beta_2 p_i + \varepsilon_i && \text{(Demande)} \end{aligned}$$

où $\mathrm{E}(u_i|q_i) \neq 0$, $\mathrm{E}(\varepsilon_i|p_i) \neq 0$, mais $\mathrm{E}(u_i|x_i) = \mathrm{E}(\varepsilon_i|x_i) = 0$. On note

$$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)', \quad \boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2)'.$$

1. [1 point] Quelle équation est exactement identifiée et pourquoi?
2. [2 points] Donnez une estimateur convergent pour le vecteur des paramètres de l'équation exactement identifiée de la question 1. Dérivez sa variance asymptotique, en supposant que les erreurs du système d'équations sont homoscédatisques.

3. [3 points] Supposons maintenant qu'on observe des variables v_{1i} and v_{2i} telles que

$$\mathrm{E}[\varepsilon_i | v_{1i}] = 0,$$

$$\mathrm{E}[u_i | v_{2i}] = 0.$$

De plus, $\mathrm{corr}(v_{1i}, p_i) \neq 0$ et $\mathrm{corr}(v_{2i}, q_i) \neq 0$. Pour l'équation exactement identifiée de la question 1:

(a) Lister les moments non-conditionnels d'ordre 2 ou moins impliqués par les moments conditionnels. [Indice: $\mathrm{E}(a_i b_i), \mathrm{E}(a_i^2)$ sont des moments non-conditionnels d'ordre 2, mais $\mathrm{E}(a_i^2 b_i)$ est un moment d'ordre 3.]

(b) Donner un estimateur des moments généralisés (GMM) qui utilisent ces moments et une matrice de pondération $\widehat{\mathcal{W}}$.

(c) Y a-t-il un choix de $\widehat{\mathcal{W}}$ tel que l'estimateur GMM coïncide avec l'estimateur construit dans la question 2?

EXERCICE 3. [7 points] On suppose que la vraie équation de salaire est donnée par

$$LW_i = \beta_1 + \beta_2 S_i + \beta_3 A_i + \varepsilon_i,$$

où LW_i, S_i, A_i sont, respectivement, le log du salaire, le nombre d'années d'éducation acquises, et une mesure d'aptitude (*ability*), pour l'individu i. On suppose que S est une variable exogène.

1. [1 point] D'abord, supposons que l'on ne dispose pas d'une bonne mesure de l'aptitude. On estime donc l'équation

$$LW_i = \beta_1 + \beta_2 S_i + u_i. \tag{2}$$

L'estimateur des MCO de β_2 est donné par

$$\widehat{\beta}_2 = \frac{\widehat{\mathrm{cov}}(LW_i, S_i)}{\widehat{\mathrm{var}}(S_i)}.$$

Quel est le signe du biais de $\widehat{\beta}_2$? Justifiez votre réponse.

2. [1 point] A présent, supposons que l'on obtienne une mesure de l'aptitude à partir de résultats obtenus à un test de QI. En supposant que le QI est une mesure parfaite de l'aptitude, A, on estime l'équation suivante par MCO

$$LW_i = \beta_1 + \beta_2 S_i + \beta_3 QI_i + v_i, \tag{3}$$

Les résultats des régressions par MCO pour (2) et (3) sont donnés dans le Tableau 1 ci-dessous, aux lignes 1 et 2 respectivement. L'écart-type du nombre d'années d'éducation dans l'échantillon est de 1.9. Calculez la covariance estimée entre le nombre d'années d'éducation S et l'aptitude A.

3. [1 point] Dans la régression (3), on suspecte à présent que QI est une mesure imparfaite de A, ce qui rend QI potentiellement endogène. Nous utilisons les doubles moindres carrés (2MCO) pour estimer les paramètres de l'équation (3). Les paramètres estimés sont présentés à la ligne 3 du Tableau 1. **Les nombres entre parenthèse sont les t-statistiques, et non les erreurs standard.** Calculez les erreurs standard de $\widehat{\beta}_{3,MCO}$ et $\widehat{\beta}_{3,2MCO}$.

4. [4 points] Comment testeriez-vous que QI est exogène ou endogène dans la régression (3)? Ecrivez les hypothèses nulle et alternative, donnez la forme de la statistique de test, son comportement sous l'hypothèse nulle et la règle de décision formelle. Quelle est votre conclusion dans cet exercice pour des niveaux de significativité de 1 % et 5 % ?

Table 1: Paramètres estimés pour l'exercice 3. **Les nombres entre parenthèse sont les t-statistiques, et non les erreurs standard.**

Ligne No.	Méthode d'estimation	Coefficient de S	Coefficient de IQ
1	MCO	0.065 (13.2)	–
2	MCO	0.059 (10.7)	0.0019 (2.8)
3	2MCO	0.052 (7.0)	0.0038 (2.4)

EXERCICE 4 (13 points). On souhaite déterminer l'impact du niveau d'éducation sur la probabilité de recevoir une promotion professionnelle. Pour répondre à cette question, on dispose d'un échantillon en coupe transversale (*cross-section*) de managers employés dans des entreprises françaises. La taille de l'échantillon est $n = 496$ (on suppose qu'il s'agit d'un échantillon de grande taille).
On considère le modèle suivant :

$$\Pr(prom_i = 1|\boldsymbol{x}_i) = \Phi(\beta_1 + \beta_2 femme_i + \beta_3 experience_i + \beta_4 licence_i + \beta_5 master_i),$$

où $prom_i$ est une variable dichotomique égale à 1 si l'employé i est promu, 0 sinon ; $femme$ est une variable dichotomique égale à 1 si le manager i est une femme ; $experience_i$ mesure l'expérience professionnelle (en années) du manager i; $licence_i$ est une variable dichotomique égale à 1 si la licence est le diplôme le plus élevé obtenu par le manager i et $master_i$ est une variable dichotomique égale à 1 si le master ou le doctorat est le diplôme le plus élevé obtenu par le manager i.
$\Phi(\cdot)$ est la fonction de répartition de la loi normale standard.
Les paramètres estimés du modèle sont présentés dans le Tableau 2, et l'estimation de la matrice d'information est donnée dans le Tableau 3.

Table 2: Résultats d'estimation : Probit pour la probabilité de promotion

Variable dépendante:	prom
_constante	-2.2256
	(0.2410)
femme	-0.5815
	(0.2164)
experience	0.0670
	(0.0094)
licence	1.1051
	(0.2168)
master	1.6942
	(0.2719)
n	496
Log-vraisemblance de l'échantillon	-274.4914

Note: Erreurs standard entre parenthèses

Table 3: Résultats d'estimation : Estimation de la matrice d'information

$$\frac{1}{n}\widehat{I}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0581 & -0.0054 & -0.0019 & -0.0142 & -0.0146 \\ -0.0054 & 0.0468 & 0.0003 & -0.0282 & -0.0467 \\ -0.0019 & 0.0003 & 0.0001 & -0.0002 & -0.0002 \\ -0.0142 & -0.0282 & -0.0002 & 0.0470 & 0.0470 \\ -0.0146 & -0.0467 & -0.0002 & 0.0470 & 0.0739 \end{pmatrix}$$

1. [1.5 points] **(SA)** Ecrire la log-vraisemblance de l'échantillon.

2. [1 point] **(SA)** Pourquoi devrions-nous préférer un modèle probit à un modèle linéaire ?

3. [3 points] Afin de déterminer si le niveau d'éducation a un impact significatif sur la probabilité de promotion, le modèle a été estimé sans inclure les variables $licence_i$ et $master_i$. L'estimation de ce nouveau modèle donne une log-vraisemblance pour l'échantillon égale à -294.3228. Testez si le niveau d'éducation a un impact significatif sur la probabilité de promotion à un niveau de 5 %. Vous devez écrire les hypothèses nulle et alternative, donner la forme de la statistique de test, son comportement sous l'hypothèse nulle, la règle de décision formelle, et votre conclusion basée sur les résultats ci-dessus.

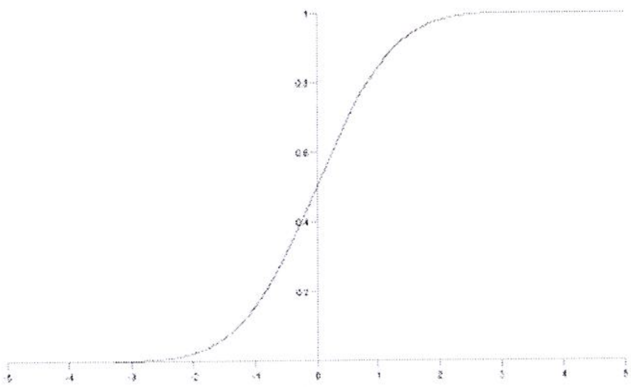
4. [3.5 points] Considérez le modèle initial (incluant les variables liées au niveau d'éducation). Testez si le fait de détenir un diplôme de master ou de doctorat a un impact significativement différent sur la probabilité de promotion, comparé au fait d'obtenir un diplôme de licence. Vous devez écrire les hypothèses nulle et alternative, donner la forme de la statistique de test, son comportement sous l'hypothèse nulle, la règle de décision formelle, et votre conclusion basée sur les résultats ci-dessus.

5. [2 points] Calculez l'impact de détenir un diplôme de master ou de doctorat, comparé à détenir un diplôme de licence, sur la probabilité de promotion, pour un homme qui entre sur le marché du travail (i.e. qui n'a pas d'expérience professionnelle).

   Aide : des valeurs tabulées pour la fonction de répartition de la loi normale standard sont présentée dans le Tableau 4.

Table 4: Valeurs tabulées pour la fonction de répartition de la loi normale standard

x	$\Phi(x)$
-2.8071	0.0025
-2.7401	0.0031
-2.2256	0.0130
-2.1586	0.0154
-1.7020	0.0444
-1.6350	0.0510
-1.1205	0.1313
-1.1129	0.1329
-1.0535	0.1461
-1.0459	0.1478
-0.5314	0.2976
-0.4644	0.3212
-0.0078	0.4969
0.0592	0.5236
0.5737	0.7169
0.6407	0.7391



6. [2 points] Ecrivez l'expression qui vous permettrait de calculer l'impact de détenir un diplôme de master ou de doctorat comparé à détenir un diplôme de licence, sur la probabilité de promotion, pour un homme avec 5 années d'expérience professionnelle (il ne vous est pas demandé de donner la valeur de l'impact). Pensez-vous que la valeur de cet impact sera similaire, inférieure ou supérieure à celle calculée à la question précédente ? Expliquez.

Quantiles x d'ordre β d'une loi $\mathcal{N}(0,1)$, définie comme $\Phi(x) = \beta$.

β	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995
x	1.2816	1.6449	1.96	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905	3.8906

Quantiles d'ordre β d'une loi χ^2 avec p degrés de liberté telle que $\Pr(X \leq x) = \beta$ avec $X \sim \chi^2_p$.

		β					
		0.01	0.05	0.1	0.9	0.95	0.99
p	1	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	6.63
	2	0.02	0.10	0.21	4.61	5.99	9.21
	3	0.11	0.35	0.58	6.25	7.81	11.34
	4	0.30	0.71	1.06	7.78	9.49	13.28
	5	0.55	1.15	1.61	9.24	11.07	15.09
	6	0.87	1.64	2.20	10.64	12.59	16.81
	7	1.24	2.17	2.83	12.02	14.07	18.48
	8	1.65	2.73	3.49	13.36	15.51	20.09
	9	2.09	3.33	4.17	14.68	16.92	21.67
	10	2.56	3.94	4.87	15.99	18.31	23.21
	11	3.05	4.57	5.58	17.28	19.68	24.72
	12	3.57	5.23	6.30	18.55	21.03	26.22
	13	4.11	5.89	7.04	19.81	22.36	27.69
	14	4.66	6.57	7.79	21.06	23.68	29.14
	15	5.23	7.26	8.55	22.31	25.00	30.58
	16	5.81	7.96	9.31	23.54	26.30	32.00
	17	6.41	8.67	10.09	24.77	27.59	33.41
	18	7.01	9.39	10.86	25.99	28.87	34.81
	19	7.63	10.12	11.65	27.20	30.14	36.19
	20	8.26	10.85	12.44	28.41	31.41	37.57