No documents, no books, no computers. Justify your answers.

Exercise I: Study the following game, in which a is a real number:

	A	B
A	(3,3)	(1,2)
B	(2,1)	(a,a)

Exercise II : Two firms $i = 1, 2$ sell an homogenous good on the same market. They compete 'à la Cournot' by choosing quantities, $q_1 \geq 0$ and $q_2 \geq 0$ respectively. $Q = q_1 + q_2$ is the aggregate quantity. The inverse demand function is linear: $P(Q) = A - Q$ whenever strictly positive and $P(Q) = 0$ otherwise. The unit cost for firm 2 is zero.

We distinguish three different games. In all three games, Nature moves first and chooses whether the unit cost of firm 1 is c (with probability p) or 0 (with probability $1 - p$). Assume $0 < c < A/2$ and $0 < p < 1$. The next stages are as follows:

- In game 1, both firms learn the value of the unit cost of firm 1. They then simultaneously choose quantities q_1 and q_2 .
- In game 2, only firm 1 learns the value of its unit cost. Firms then simultaneously choose quantities q_1 and q_2 .
- In game 3, only firm 1 learns the value of its unit cost. Then firm 1 chooses q_1 . Then firm 2 observes q_1 , and chooses q_2 (firm 2 does not observe the unit cost of firm 1).

We focus on pure strategies, and you are asked to answer the following questions for every game:

1. Give the strategy set for each firm.
2. List the subgames.

In addition, find the (unique) Nash equilibrium in game 2.

Game Theory – B. Gobillard et F. Salanié – Juin 2017 – Durée : une heure
Pas de document, livre, ou ordinateur. Justifiez vos réponses.

Exercice I : Etudier le jeu suivant, où a est un nombre réel :

	A	B
A	(3,3)	(1,2)
B	(2,1)	(a,a)

Exercice II : Deux firmes $i = 1, 2$ vendent un bien homogène sur un même marché. Les firmes se font concurrence à la Cournot en choisissant les quantités produites, $q_1 \geq 0$ and $q_2 \geq 0$ respectivement. $Q = q_1 + q_2$ est la quantité totale. La fonction de demande inverse est linéaire: $P(Q) = A - Q$ lorsque $P(Q) > 0$, et $P(Q) = 0$ sinon. Les coûts de production de la firme 2 sont nuls.

On définit maintenant trois jeux différents. Pour chacun de ces jeux, la Nature joue en premier et choisit le coût unitaire de l'entreprise 1: ce coût est c avec probabilité p , et 0 avec probabilité $1 - p$. On suppose $0 < c < A/2$ et $0 < p < 1$. Puis chacun des jeux continue comme décrit ci-dessous :

- Dans le jeu 1, les deux firmes apprennent la valeur du coût unitaire de production de 1. Ensuite les deux firmes choisissent simultanément les quantités q_1 et q_2 .

- Dans le jeu 2, seule la firme 1 apprend la valeur de son coût unitaire de production. Ensuite les deux firmes choisissent simultanément les quantités q_1 et q_2 .

- Dans le jeu 3, seule la firme 1 apprend la valeur de son coût unitaire de production. Ensuite la firme 1 choisit q_1 . Ensuite la firme 2 observe q_1 , et choisit q_2 (la firme 2 n'observe pas le coût unitaire de production de 1).

On restreint l'analyse aux stratégies pures, et pour chacun de ces trois jeux il vous est demandé de répondre aux questions suivantes:

1. Donner l'ensemble des stratégies de chaque firme.
2. Donner la liste des sous-jeux.

Enfin, trouver l'unique équilibre de Nash du jeu 2.