Licence 3 mention Économie

Epreuve : Optimisation – Code : L3-S6-4

Seule la calculatrice FX-92 est autorisée.

1. Soit $f(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + (z + x)^2$.
   Résoudre le problème de minimisation suivant :
   $$\mathcal{P} : \text{Minimiser } f(x, y, z) \quad \text{sur} \quad K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,;\, z - x \leq -4 \,,\, y + z \leq -2\}.$$

2. Soit $f(x, y) = 2x^5 + 5y^2 - 10xy$.
   Déterminer les extrémums locaux et globaux éventuels de f sur $\mathbb{R}^2$.

3. L'ensemble suivant est-il convexe ?
   $$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,;\, 2^x + 10^{x+y} \leq 3 + \min(x - y^2, y - x^2)\}..$$

4. Soient $f(x, y) = 6x^{-\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{3}} + 3x + 2y$
   (a) La fonction f est-elle strictement convexe sur $(\mathbb{R}^{+*})^2$?
   (b) Minimiser f sur sur $(\mathbb{R}^{+*})^2$.
   (c) Maximiser f sur $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; \frac{1}{4} \leq x \leq 1 \,,\, \frac{1}{8} \leq y \leq 1\}$.

5. Le problème de minimisation suivant a-t-il au moins une solution ?
   $$\mathcal{P} : \text{Minimiser } f(x, y, z) = x(x + y + z) \quad \text{sur} \quad K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; y^2 + 2z^2 \leq 3\}.$$

Barème envisagé : *1)4* *2)3* *3)3* *4)2+2+3* *5)3* .

4