Licence 3 mention Économie
Licence 3 mention Économie et Mathématiques
Licence 3 mention Économie et Mathématiques – Parcours Magistère 1ère année
Epreuve : Économétrie – Code : L3-S6-3

Problème (12 points): (*Rappel*: les quantiles d'ordre 0.95, 0.975 et 0.995 d'une loi normale centrée et réduite sont égaux à 1.63, 1.96 et 2.58).

Dans un échantillon de 1126 personnes de 25 à 55 ans,on estime le modèle linéaire liant le logarithme du taux de salaire ($ltsal$) en fonction du niveau d'éducation $educ$, de la variable d'âge agd et de son carré $agd2$ ainsi qu'une variable indicatrice de la région parisienne, $paris$ égale à 1 (respectivement 0) si l'observation habite (resp. n'habite pas) la région parisienne :

$$(M1) \qquad ltsal = \underset{(0,20)}{0,86} + \underset{(0,0033)}{0,054} * educ + \underset{(0,010)}{0,017} * agd - \underset{(0,000012)}{0,00012} * agd2 + \underset{(0.025)}{0.068} * paris + \hat{u}$$

où les écart-types des coefficients estimés figurent entre parenthèses en dessous des valeurs estimées. La somme des carrés des résidus est égale à 91, 72.

1. On note β_x le coefficient de la variable x. Quel est le résultat du test à un niveau de 5% de H_0 : $\beta_{paris} = 0.10$ contre $H_a : \beta_{paris} < 0.10$? Interprétez le résultat.
2. Est-ce que le coefficient de la variable $educ$ est significatif à un niveau de 1%? Pourquoi?
3. La p-valeur associée associée au test de $H_0 : \beta_{agd} = \beta_{agd2} = 0$ contre l'hypothèse alternative que l'un de ces coefficients n'est pas nul, est égale à 0,0001. Que concluez vous sur la validité de H_0 en considérant un niveau de test de 5%?
4. On effectue maintenant la régression de $ltsal$ sur $educ$, agd, $agd2$ dans les deux sous-échantillons concernant l'un Paris ($n_P = 153$), l'autre le reste des observations. Les sommes des carrés des résidus sont respectivement égales à 14, 66 et à 76, 88. Construire la statistique de Fisher associée au couple d'hypothèses: H_0: Les coefficients des variables $educ$, agd et $agd2$ sont égaux entre région parisienne et autres régions contre H_a : L'un de ces coefficients est différent entre ces zones géographiques. En calculer sa valeur.
5. Quelle est la loi de cette statistique sous l'hypothèse nulle?
6. La p-valeur correspondante est 0,54. Qu'en concluez-vous?

Exercices indépendants (8 points)

1. Considérez le modèle de régression à k variables explicatives sous forme matricielle $y = X\beta + u$ et $\hat{\beta} = [\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \cdots, \hat{\beta}_k]'$ l'estimateur des moindres carrés de β. Soit le vecteur de dimension k, $c = [2,4,1,0,0,\cdots,0]'$. En précisant les hypothèses de Gauss-Markov qui doivent être satisfaites, proposez un estimateur pour $\delta = 2\beta_1 + 4\beta_2 + \beta_3$ qui aurait la propriété d'être le plus efficace dans la classe des estimateurs linéaires sans biais de δ. Justifiez votre réponse.

2. Considérez les deux modèles de régression multiple, sous forme matricielle, suivants :

$$y = X\beta + u$$
$$y = Z\delta + v$$

où la matrice X est de rang plein (égal au nombre de ses colonnes) et $Z = XA$ où A est une matrice carrée non singulière. Montrez que $\hat{\delta} = A^{-1}\hat{\beta}$ et $\hat{v} = \hat{u}$, où $\hat{\beta}, \hat{\delta}, \hat{u}$ et $\hat{v}$ sont les estimateurs des MCO des vecteurs des paramètres et les vecteurs des résidus de ces deux modèles.

3. Dans le modèle de régression linéaire simple, $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + u_i, i = 1,2,...,n$, l'estimateur des MCO de β_1 peut s'écrire $\hat{\beta}_1 = \beta_1 + [(1/n)\sum_{i=1}^{n}(x_{i1} - \bar{x}_1)u_i/(1/n)\sum_{i=1}^{n}(x_{i1} - \bar{x}_1)^2]$. Quelle est l'hypothèse sur le terme d'erreur qui vous permet de déduire que $\hat{\beta}$ est un estimateur convergent. Justifiez votre réponse.

4. Dans le modèle de régression linéaire classique, supposez que la variance du terme d'erreur est différente pour différentes valeurs des variables indépendantes. Indiquez par un « oui » ou un « non » si chacune des propositions suivantes est vraie :

- L'estimateur des MCO est biaisé.
- L'estimateur des MCO est convergent.