à Scanner + envoie BU

Université Toulouse 1 Capitole
Ecole d'économie de Toulouse

Année universitaire 2015-2016

Session 1

Semestre 5

Licence 3 mention Économie
Epreuve : Théorie des Jeux
Date de l'épreuve : Jeudi 07 Janvier 2016
Durée de l'épreuve : 1h30

Liste des documents autorisés : aucun

Liste des matériels autorisés : Calculatrice Casio FX-92

Nombre de pages (y compris page de garde) : 4

TOUTES LES RÉPONSES DOIVENT ÊTRE JUSTIFIÉES.

LE BARÈME EST INDICATIF.

VOUS POUVEZ RÉPONDRE SOIT EN FRANÇAIS, SOIT EN ANGLAIS. RÉPONDRE EN PARTIE EN FRANÇAIS ET EN PARTIE EN ANGLAIS N'EST PAS AUTORISÉ.

EXERCICE I. Question de cours. (5 points)

L'objet de cette question est d'étudier dans quelle mesure la possibilité de renégocier au cours du jeu peut être un obstacle à la coopération dans un jeu répété un nombre fini de périodes. Vous pouvez vous appuyer sur la description suivante.

Soit G un jeu simultané, symétrique et qui possède au moins un équilibre de Nash symétrique en stratégies pures. Dans ce jeu les joueurs ont la possibilité de choisir l'action "coopération" et lorsque les deux joueurs coopèrent ils maximisent la somme de leurs paiements. Cependant, ce profil de stratégies n'est pas un équilibre de Nash de G. Le jeu G est répété un nombre fini de périodes. Les joueurs utilisent des stratégies à déclenchement. On se concentre sur les équilibres de Nash parfaits en sous-jeux.

Lorsqu'elle est autorisée on définit le résultat de la renégociation de la façon suivante. Au début du sous-jeu qui suit une période de renégociation, au cours de laquelle les joueurs se rencontrent, les joueurs se mettent d'accord sur le fait de jouer un équilibre de Nash parfait en sous-jeu du jeu de continuation qui maximise leurs paiements.

Question. En vous appuyant sur l'analyse des jeux répétés finis qui a été présentée en cours expliquer dans quelle mesure le fait d'autoriser les joueurs à renégocier au cours du jeu (répété) peut nuire à la coopération. La présentation doit être précise, et surtout concise (environ une page).

EXERCICE II. (17 points)

On considère un modèle de concurrence à la Bertrand pour lequel $N \geq 2$ entreprises peuvent choisir d'entrer (action E) ou de ne pas entrer (action nE) sur le marché. Une firme qui entre sur le marché en choisissant l'action E paie un cout fixe f, avec $1/4 > f > 0$. Les entreprises qui choisissent l'action E jouent un jeu de concurrence simultané qui a les caractéristiques suivantes. Chaque firme choisit un prix de vente $p_i \geq 0$. La fonction de demande est $D(p) = 1 - p$ si $p < 1$ et $D(p) = 0$ sinon (p représente le prix de vente et $D(p)$ la quantité demandée et vendue à ce prix). Les fonctions de cout sont identiques avec, pour chaque entreprise i, $C(q_i) = 0$ quelle que soit la quantité $q_i \geq 0$ produite par la firme i. Cela signifie que le profit (le paiement) d'une firme qui entre sur le marché, choisit le prix p et vend q unités de bien est $pq - f$. Le profit (paiement) d'une firme qui n'entre pas sur le marché est 0. La firme qui choisit le prix le plus faible sert la totalité de la demande. Si plusieurs firmes choisissent le même prix de marché alors la demande est répartie équitablement entre ces firmes. Chaque firme sert la demande qui lui est adressée et cherche à maximiser son profit.

1. Question de cours. Pour cette question (uniquement) le nombre de firmes présentes sur le marché est donné et on s'intéresse au seul jeu de concurrence qui vient d'être décrit. (3 points)

   (a) Une seule firme est présente sur le marché. Calculer le prix p^m qui maximise le profit d'une firme en situation de monopole. En déduire le profit de monopole π^m et commenter l'hypothèse $f < 1/4$.

   (b) $n \geq 2$ firmes sont présentes sur le marché. Caractériser la fonction meilleure réponse d'une entreprise (attention, il faut tenir compte du fait que n peut être supérieur à 2) et en déduire l'équilibre de Nash du jeu de concurrence.

2. Le jeu simultané. Chaque entreprise choisit entre (i) "l'action nE", et (ii) "l'action E et un prix de marché supérieur ou égal à zéro". Montrer que ce jeu n'a pas d'équilibre de Nash en stratégies pures. (3 points)

3. Le jeu séquentiel en stratégies pures. Le jeu dure deux périodes. A la première étape les firmes choisissent simultanément entre l'action E et l'action nE. Au début de la seconde période les firmes observent le nombre de firmes ayant choisi l'action E, mais pas leur identité. Ensuite, les firmes qui sont entrées sur le marché choisissent simultanément un prix de marché. Les firmes jouent en stratégies pures. (3 points)

   (a) Donner une définition informelle d'une stratégie pour un joueur dans un jeu dynamique. Appliquer cette définition pour caractériser l'espace de stratégies S_i d'une firme i.

   (b) Caractériser l'ensemble des équilibres de Nash parfaits en sous-jeux de ce jeu.

4. Le jeu séquentiel avec comportements d'entrée aléatoires. On considère le jeu de la question 3 mais on suppose que, à la première étape, chaque entreprise peut jouer une stratégie mixte. Le jeu est donc le suivant. A la première étape chaque entreprise i choisit une stratégie $\alpha_i E + (1-\alpha_i) nE$, avec $\alpha_i \in [0, 1]$. A la seconde étape les firmes qui sont entrées sur le marché, après avoir pris connaissance du nombre de firmes ayant joué E à la première étape, choisissent simultanément un prix de marché. A la seconde étape les firmes jouent en stratégies pures. On s'intéresse aux équilibres de Nash parfaits en sous-jeux. (4 points)

   Pour les quatre questions suivantes on suppose $n = 2$ et $f = \frac{1}{8}$. On suppose aussi que les comportements de seconde période sont fixés : une firme choisit $p = 0$ si l'autre entreprise est entrée, elle choisit $p = \frac{1}{2}$ sinon.

   (a) Expliquer succinctement pourquoi ces comportements de seconde période ont été choisis.

   (b) A la première étape du jeu les entreprises jouent donc un jeu simultané pour lequel chaque entreprise choisit E ou nE, et les paiements sont donnés par les comportements de seconde période définis précédemment. Représenter ce jeu sous forme de matrice.

   (c) Pour ce jeu, caractériser les fonctions meilleure réponse en stratégies mixtes et déterminer l'ensemble des équilibres de Nash (en stratégies pures et en stratégies mixtes).

   (d) Le fait d'autoriser les stratégies mixtes change-t-il l'ensemble des équilibres de Nash parfaits en sous-jeux du jeu à deux étapes ?

5. Le cas général. Les entreprises jouent le jeu de la question 4 mais on considère le cas pour lequel le nombre d'entreprise n peut être supérieur à 2 et f peut être différent de $\frac{1}{8}$. Caractériser l'ensemble des équilibres de Nash parfaits en sous-jeux ***symétriques*** de ce jeu. (4 points)