

1. Donner la définition d'un contrat forward.
2. Démontrer la formule de parité put/call "avec dividende":

$$C_0 - P_0 - S_0 + \frac{K}{(1+r)^2} + \frac{D}{1+r} = 0.$$

3. On considère le modèle de Cox-Ross-Rubinstein à une date. Le prix de l'action sous-jacente  $S$  à  $t = 0$  est  $S_0$ . A la date  $t = 1$ , le prix de l'action est  $uS_0$  si le marché est haussier et  $dS_0$  si le marché est baissier. On note  $r$  le taux sans risque. Démontrer que le modèle vérifie l'absence d'opportunité d'arbitrage si et seulement si  $d \leq 1 + r \leq u$ .
4. On considère dans cet exercice le modèle de Cox-Ross-Rubinstein à deux dates. Le prix de l'action sous-jacente  $S$  à  $t = 0$  est  $S_0 = 100$ . A chaque date le prix de l'action monte de 30% ou baisse de 10%. On suppose que le taux d'intérêt sans risque par période est  $r = 10\%$ .
  - (a) Calculer le prix à la date  $t = 0$  d'une option européenne de vente sur l'action  $S$  de prix d'exercice  $K = 100$  et de date d'exercice  $t = 2$ .
  - (b) Calculer le prix à la date  $t = 0$  d'une option américaine de vente sur l'action  $S$  de prix d'exercice  $K = 100$  et de date terminale  $t = 2$ .