

Année universitaire 2015-2016

Session 1 - Semestre 4

Licence 2 mention Economie parcours Economie et Mathématiques et Informatique Appliquées

EPREUVE : MATHEMATIQUES POUR LA FINANCE

Date de l'épreuve : **03 mai 2016**

Durée de l'épreuve : 1h30

Liste des documents autorisés : Aucun

Liste des matériels autorisés : Calculatrice Casio FX 92

Nombre de pages (y compris page de garde) : 3

1. On considère l'arbre binomial ci-dessous. Les notations sont celles du cours. En particulier, s représente le prix d'une action S à la date 0. On notera r le taux sans risque sur une période.

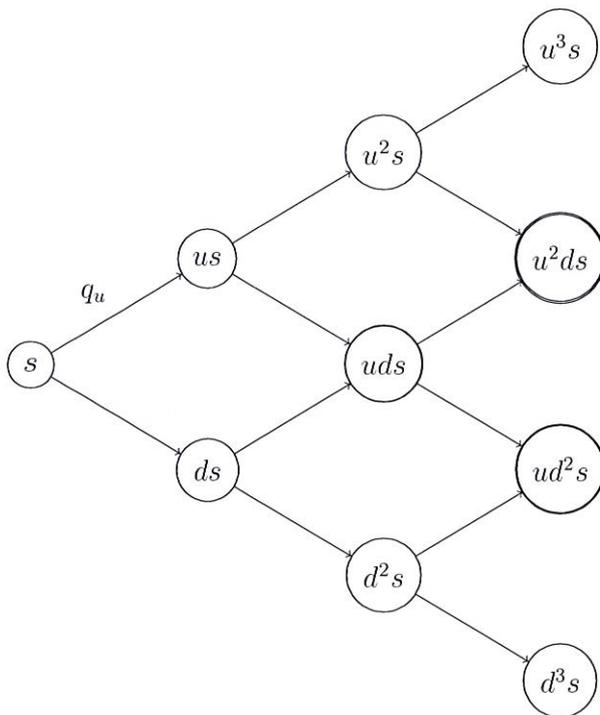
(a) Rappeler les conditions sur les paramètres u, d, r sous lesquelles le modèle vérifie l'Absence d'Opportunité d'Arbitrage.

(b) Ecrire en fonction de u, d, r la probabilité corrigée du risque q_u .

(c) Soit $K = uds$. On suppose que $d < 1$.

i. Ecrire en fonction de q_u, u, d, s, r le prix à $t = 0$ d'une option européenne d'achat de sous jacent l'action S , de date d'exercice $t = 3$ et de prix d'exercice K .

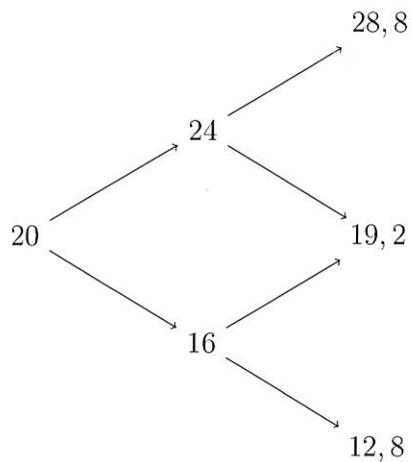
ii. Soit une option américaine de vente de sous jacent l'action S , de maturité $t = 3$ et de prix d'exercice K . On se place à la date $t = 2$. Est-il optimal d'exercer l'option de vente américaine à la date $t = 2$? (on considèrera chaque noeud de l'arbre à $t = 2$).



2. On considère le modèle de Cox-Ross-Rubinstein. La figure ci-dessous représente la dynamique du prix d'une action S . Le taux sans risque est de 10%.

(a) Soit une option de vente européenne de sous jacent l'action S , de prix d'exercice $K = 17$ et de date d'exercice $t = 2$. Calculer le prix de cette option à la date $t = 0$.

(b) Soit une option de vente américaine de sous jacent l'action S , de prix d'exercice $K = 17$ et de date d'exercice $t = 2$. Calculer le prix de cette option à la date $t = 0$.



3. Soit un call sur action de date d'exercice $T = 1$ an, de prix d'exercice $K = 100$. Le prix de l'action sous-jacente aujourd'hui est $S_0 = 100$. Ce prix peut monter ou baisser de 10% sur l'année. Le taux sans risque annuel est de 5%. On note S_1 la variable aléatoire *prix de l'action à la date* $T = 1$.
- Dupliquer le call en investissant dans l'action sous jacente et le titre sans risque.
 - Quel est la valeur d'un produit dérivé qui offre un payoff égal à S_1^2 à la date $T = 1$?