

RÉPONDRE PAR VRAI ou PAR FAUX (et uniquement par VRAI ou par FAUX), aux dix affirmations suivantes (une réponse juste vaut 1 point, une mauvaise réponse 0 point, et pas de réponse 0 point). Les deux exercices sont indépendants.

Exercice I. On a observé qu'un service administratif a reçu 720 clients en 60 heures. Soit X la variable aléatoire (*v.a.*) représentant le nombre de clients par quart-d'heure.

1. La loi de X est une loi binomiale $\mathcal{B}(720; \frac{1}{240})$.
2. On peut approximer la loi de X par une loi de Poisson $\mathcal{P}(3)$.
3. En supposant que le service peut traiter 4 personnes par quart-d'heure, et en utilisant l'approximation précédente, la probabilité que le nombre de clients excède la capacité du service vaut 0,18 (on donne $\exp(-3) = 0,04979$).
4. Pour que la probabilité (que le nombre de clients excède la capacité du service) soit inférieure à 0,10, le service doit traiter 5 personnes au minimum par quart-d'heure.
5. (question indépendante des précédentes) Si Y est la *v.a.* représentant le nombre de clients par paire d'heures, sa loi est une loi binomiale $\mathcal{B}(720; \frac{1}{30})$.

Exercice II. On choisit un point au hasard, selon une loi uniforme, dans le triangle ABC , où A , B et C ont pour coordonnées respectives $(-1, 0)$, $(1, 0)$ et $(0, 1)$ dans un repère orthonormé. On note (X, Y) le couple de *v.a.* continues représentant les coordonnées du point tiré au hasard.

1. Le support du couple (X, Y) est $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1 \text{ et } 0 \leq y \leq 1 - |x|\}$.
2. La densité conjointe du couple (X, Y) vaut $f(x, y) = \mathbb{1}_D(x, y)$.
3. La densité marginale de X vaut $f_X(x) = (1 - |x|)\mathbb{1}_{[-1;1]}(x)$.
4. La densité de $|X|$ vaut $f_{|X|}(x) = (2 - 2x)\mathbb{1}_{[0;1]}(x)$.
5. La loi conditionnelle de Y sachant $X = x$ est une loi normale centrée réduite.