Toulouse School of Economics
École d'économie de Toulouse

UNIVERSITÉ TOULOUSE 1 CAPITOLE

**Année universitaire 2015-2016**

**Session 1 - Semestre 3**

Licence 2 mention Economie parcours économie-gestion
Licence 2 mention Economie parcours économie-droit

**EPREUVE : PROBABILITES**

Date de l'épreuve : **04/01/2016**

Durée de l'épreuve : 1h30

Liste des documents autorisés : Dictionnaire papier Français-Langues d'origine

Liste des matériels autorisés : Calculatrice Casio FX-92

Nombre de pages : 5

Examen : année 2015-2016
SEMESTRE 3 en Sciences Économiques
**Probabilités**
Durée : 1h30

*Seules les calculatrices de type Casio FX-92 sont autorisées.*

***Une seule grille est donnée.***

*Barème : une réponse juste vaut 1,4 point, une mauvaise réponse vaut 0 point et une non-réponse vaut 0 point.*

**Les neuf premières questions sont indépendantes et le problème est indépendant de ces neuf premières questions.**

**Question 1** $A$ et $B$ sont deux événements tels que $P(A) = P(B) = 1/4$ et $P(A + B) = 7/16$. Ces deux événements sont

(a) indépendants
(b) dépendants
(c) disjoints
(d) corrélés.

**Question 2** On choisit deux personnes au hasard, en vrac, d'un groupe comprenant trois femmes et deux hommes. La probabilité que les deux personnes choisies soient de même sexe vaut

(a) 20%
(b) 40%
(c) 60%
(d) 80%.

**Question 3** Dans une entreprise, une machine $A$ fabrique 20% des pièces et une machine $B$ fabrique 80% des pièces. La proportion de pièces défectueuses fabriquées par $A$ est de 4% et par $B$ de 1%. On choisit une pièce au hasard. Sachant qu'elle est défectueuse, la probabilité qu'elle soit fabriquée par $A$ vaut

(a) $0,1$
(b) $0,3$
(c) $0,5$
(d) $0,7$.

**Question 4** Soit une variable aléatoire réelle (*var*) $X$ qui suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$. La probabilité $q = 1 - p$ est égale à

(a) $\frac{E(X)}{V(X)}$
(b) $\frac{V(X)}{E(X)}$
(c) $\frac{E(X)}{\sqrt{V(X)}}$
(d) on ne peut rien dire.

**Question 5** Soit une *var* $Y$ qui suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$ telle que $E(Y) = 5$ et $V(Y) = 4,9$. Les paramètres $p$ et $n$ valent

(a) $p = 0,20$ et $n = 150$

(b) $p = 0,02$ et $n = 150$

(c) $p = 0,01$ et $n = 250$

(d) $p = 0,02$ et $n = 250$.

**Question 6** Soit une *var* $Z$ qui suit une loi de Poisson $\mathcal{P}(np)$ avec $p = 1/50$. Sachant que $P(Z \geq 1) = 0,99$, le paramètre $n$ vaut (on donne $\ln(100) = 4,6$)

(a) 100

(b) 230

(c) 320

(d) 1000.

**Question 7** Soit une *var* $U$ qui suit une loi normale $\mathcal{N}(50;7)$. La probabilité $P(43 \leq U \leq 64)$ vaut (on donne $\Phi(1) = 0,841$, $\Phi(1,5) = 0,933$ et $\Phi(2) = 0,977$)

(a) $0,182$

(b) $0,818$

(c) $0,500$

(d) $0,933$.

**Question 8** Sur un bateau de croisière, 72% des passagers ont trop mangé, 78% ont trop bu, 80% ont trop dansé et 86% ont eu trop chaud. Le pourcentage minimal de passagers qui ont à la fois trop mangé, trop bu, trop dansé et eu trop chaud est de

(a) 16%

(b) 29%

(c) 36,3%

(d) 63,7%.

**Question 9** Soit $X$ une *var* qui suit une loi $\mathcal{N}(0;1)$ et $T$ une *var* indépendante de $X$ telle que $P(T = 1) = P(T = -1) = 1/2$. Montrer que $Y = TX$ suit une loi

(a) uniforme discrète sur les valeurs $-1$ et $1$

(b) uniforme continue $\mathcal{U}_{[-1;1]}$

(c) $\mathcal{N}(0;1)$

(d) $\mathcal{N}(1/2;1)$.

**Problème** Soit $X$ une *var* continue de densité

$$f(x) = Cx^3 \exp(-2x^2) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(x).$$

**Question 10** On considère la *var* $U = 2X^2$. La densité $g(u)$ de $U$ vaut

(a) $(C/8)u^2 \exp(-u) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(u)$
(b) $(C/8)u \exp(-u)$
(c) $(C/8)u \exp(-u) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(u)$
(d) $(C/8)u \exp(-u) \mathbb{1}_{\mathbb{R}}(u)$.

**Question 11** En reconnaissant que $U$ suit une loi classique à déterminer, on déduit que la constante $C$ vaut

(a) 8
(b) 4
(c) 2
(d) 1.

**Question 12** À partir du calcul de $E(\sqrt{U})$ (on rappelle que $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$), on peut déduire que $E(X)$ vaut

(a) $\Gamma(3/2)$
(b) $\Gamma(5/2)$
(c) $\dfrac{3\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}$
(d) $\dfrac{3\sqrt{\pi}}{4\sqrt{2}}$.

**Question 13** L'écart-type de $X$ vaut

(a) $\sqrt{1 - \frac{9\pi}{32}}$
(b) $\sqrt{\frac{9\pi}{32}}$
(c) $1 - \frac{3\sqrt{\pi}}{4\sqrt{2}}$
(d) $1 - \frac{9\pi}{32}$.

**Question 14** En utilisant l'inégalité de Tchebychev, on peut montrer que

(a) $P(|X - E(X)| \leq \frac{3\sqrt{\pi}}{4}) \geq 1/2$
(b) $P(|X - E(X)| \leq \frac{3\sqrt{\pi}}{4}) < 1/2$
(c) $P(|X - E(X)| > \frac{3\sqrt{\pi}}{4}) > 1/2$
(d) $P(|X - E(X)| > \frac{3\sqrt{\pi}}{4}) > 1$.

**Question 15** Question de cours : le coefficient de corrélation entre deux *var* $X$ et $Y$ vaut

(a) $\dfrac{E(YX) - E(Y)E(X)}{\sqrt{V(Y)V(X)}}$
(b) $\dfrac{E(XY) - E(X)E(Y)}{V(X)V(Y)}$
(c) $\dfrac{E(X)E(Y) - E(XY)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$
(d) $\dfrac{E(YX)}{\sqrt{V(Y)V(X)}}$.

COLLER
VERTICALEMENT
LA
TROISIÈME
ÉTIQUETTE
ICI

## Grille des réponses

Barème : une réponse juste vaut 1,4 points, une réponse fausse vaut 0 point et une non-réponse vaut 0 point.

| | (a) | (b) | (c) | (d) |
|---|---|---|---|---|
| Question 1. | | | | |
| Question 2. | | | | |
| Question 3. | | | | |
| Question 4. | | | | |
| Question 5. | | | | |
| Question 6. | | | | |
| Question 7. | | | | |
| Question 8. | | | | |
| Question 9. | | | | |
| Question 10. | | | | |
| Question 11. | | | | |
| Question 12. | | | | |
| Question 13. | | | | |
| Question 14. | | | | |
| Question 15. | | | | |