

Aucun document autorisé. Seule la calculatrice Casio Fx92 est autorisée.

PROBLEME 1

On considère le problème de maximization suivant:

$$\underset{(x_1, x_2) \in D}{Max} f(x_1, x_2) = \alpha\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

où α est un paramètre positif et D est l'ensemble du plan x_1, x_2 décrit par les contraintes:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq R \text{ et } x_2 \leq \frac{R}{4}$$

où R est un paramètre positif.

1. Représenter l'ensemble D dans le plan x_1, x_2 .
3. Déterminer (à l'aide des conditions de Kuhn-Tucker) la solution de ce problème (Vous identifierez avec soin le nombre de régimes possibles).

PROBLEME 2

On envisage le marché d'une production agricole réalisée par des exploitations identiques qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production. On note Q , X et T la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation. La technologie d'une exploitation est décrite par la fonction de production :

$$Q = \begin{cases} [\text{Min}(X, T - 3)]^{\frac{1}{2}} & \text{si } T \geq 3 \\ 0 & \text{si } T < 3 \end{cases}$$

L'engrais est un facteur variable dont le prix unitaire est égal à 1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix unitaire est noté w . On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite.

1. Déterminer la fonction de coût total d'une exploitation $C(q, w)$.
2. Déterminer le coût moyen et coût marginal d'une exploitation. Calculer le seuil de rentabilité et la production correspondante. On note N le nombre d'exploitations et on suppose (pour le moment) que ce nombre est fixé. Déterminer l'offre totale $S_N(p, w)$ du produit agricole où p désigne le prix de vente unitaire du produit.

A partir de maintenant, nous supposons que $w = 3$.

3. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit agricole est décrite par la fonction :

$$D(p) = 2000 - p$$

Calculer l'équilibre de moyen terme dans le cas où $N = 792$.

4. En supposant que la technologie de l'exploitation fait partie du domaine public: caractériser l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations (vous arrondirez, si nécessaire à l'entier supérieur).

5. Partant de la situation décrite à la question 4, on constate une intensification de la demande du bien agricole qui est maintenant décrite par l'expression :

$$D(p) = 3000 - p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché de court, moyen et long terme.

PROBLEME 3

On considère un bien dont le marché présente les caractéristiques suivantes. Les clients (potentiels) achètent au plus une unité du bien. Ils se divisent en trois groupes. Un premier groupe comprend 100 clients disposés à payer jusqu'à 10 euros pour acquérir le bien. Un second groupe comprend 100 clients disposés à payer jusqu'à 6 euros pour acquérir le bien. Un troisième groupe comprend 100 clients disposés à payer jusqu'à 2 euros pour acquérir le bien. On supposera que l'offre globale est décrite par la fonction $S(p) = 15p$.

1. Décrire analytiquement la fonction de demande globale $D(p)$ où p représente le prix unitaire du bien. Représenter la fonction de demande globale inverse comme une fonction en escalier.

2. Déterminer l'équilibre partiel (de moyen terme) ainsi que le surplus des ménages et le surplus des entreprises.

3. Le gouvernement impose une taxe unitaire de 1 euro sur la consommation de ce bien. Quel est le nouvel équilibre ? Cette taxe entraîne-t-elle une perte de surplus collectif ? Justifier votre réponse.