

Licence 1 mention Economie parcours économie et mathématiques et informatique appliquées
Epreuve : Fonction d'une variable réelle – Code : L1-S2-17

Exercice n°1 : 6 points

$$\text{Soit } f(x) = \frac{e^x - \sqrt{1+x}}{2x} \quad x \in]0, +\infty[$$

- 1) Par la méthode de votre choix déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- 2) Montrer que f peut être prolongée par continuité au point 0 et préciser le nombre $f(0)$
- 3) Montrer que f est dérivable au point 0 et préciser le nombre $f'(0)$

Exercice n°2 : 8 points

$$\text{Soit } f(x) = e^{-(x-1)^2} \quad x \in \mathbb{R}$$

- 1) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$
- 2) Etudier la concavité – convexité de f sur \mathbb{R} et préciser les éventuels points d'inflexion.
- 3) Montrer que f admet un maximum global à préciser.

Exercice n°3 : 6 points

Deux questions indépendantes :

A. Calculer $\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$

B. Soit $F(x) = \int_0^x te^{-t} dt \quad x > 0$

Calculer $F(x)$ en intégrant par parties.

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$