

Licence 1 mention Economie parcours économie-mathématiques
et informatique appliquées
EPREUVE : LES FONDAMENTAUX EN MATHÉMATIQUES -Code L1-S1-10

Tout document et calculatrice interdits

Exercice 1.

Donner la définition de \mathcal{R} relation d'ordre sur un ensemble E (préciser les définitions des propriétés de \mathcal{R} utilisées). Donner un exemple d'ordre non total.

Exercice 2.

Démontrer le théorème suivant :

Théorème 1.

Soient D une partie de \mathbb{R} et a un point adhérent à D . Soient f, g, h trois fonctions réelles définies sur D telles que

$$\forall x \in D \quad f(x) \leq g(x) \leq h(x).$$

Si f et h admettent une même limite l en a , alors g a aussi pour limite l .

Exercice 3.

Calculer, si elles existent, les limites des suites suivantes :

1. la suite de terme général $u_n = \frac{(a)^n + 1}{7^n}$, avec $a \in \mathbb{R}$,
2. la suite de terme général $u_n = \cos(n^3 + n^2 + 1) \sin\left(\frac{1}{(n+1)}\right)$.

Exercice 4. Les sous-ensembles suivants sont-ils des sous-espaces vectoriels :

$$A_1 = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad x^2 + 3y = 0 \},$$

$$A_2 = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad x+y+(-1)^n z = 0 \} \quad \text{ici } n \text{ est un entier naturel fixé,}$$

$$A_3 = \{ X = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n, \text{ avec } n \geq 3, \quad \sum_{i=2}^{n-1} x_i = 0 \}.$$

Exercice 5. Soit p un entier naturel non nul. On munit l'ensemble des réels, \mathbb{R} , de la loi interne $*$ suivante :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x * y = (x^p + y^p)^{1/p}.$$

1. La loi est-elle commutative ? associative ?
2. La loi possède-t-elle un élément neutre ?
3. Quels sont les éléments inversibles ?
4. Que dire de la structure de \mathbb{R} , muni de la loi interne $*$?