**CONSIGNES** :

*1)* TOUT document est interdit, seule la calculatrice type $fx-92$ est acceptée.

*2)* La rédaction sera prise en compte dans la notation. Elle se fera sur **ce sujet-réponse**.

**NOTATION** : le barême est indicatif et pourra être modifié lors de la correction.

**Exercice 1** **5 points**

Dans le questionnaire à choix multiples suivant, une seule réponse est correcte. Cocher la bonne réponse.
Une bonne réponse cochée rapporte 1 point et une réponse incorrecte cochée enlève 1/2 point.

*1)* Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$. Alors :
☐ $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$
☐ $f$ est continue sur $[0;1]$ et dérivable sur $]0;1[$
☐ $f$ est dérivable sur $]-\infty;0]\cup]1;+\infty[$
☐ Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

*2)* Une fonction $f$ est continue en $x_0 \in D_f$ ssi :
☐ $\forall\epsilon > 0, \exists\alpha > 0, \forall x \in D_f, (|x - x_0| < \epsilon \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \alpha)$
☐ $\exists\epsilon > 0, \forall\alpha > 0, \forall x \in D_f, (|x - x_0| < \epsilon \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \alpha)$
☐ $\forall\epsilon > 0, \exists\alpha > 0, \forall x \in D_f, (|x - x_0| < \alpha \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \epsilon)$
☐ $\exists\epsilon > 0, \forall\alpha > 0, \forall x \in D_f, (|x - x_0| < \alpha \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \epsilon)$

*3)* Soient $E$ et $F$ deux intervalles ouverts de $\mathbb{R}$. Soit $f : E \to F$. On a :
☐ Si $f$ est continue sur $E$, alors $f$ est dérivable sur $E$
☐ Si $f$ n'est pas continue sur $E$, alors $f$ n'est pas dérivable sur $E$
☐ $\forall x_0 \in E, \big(\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)\big) \Rightarrow (f$ continue en $x_0)$
☐ $f$ est dérivable en $x_0$ dans $E$ ssi : $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{(f(x)-f(x_0))^2}{x-x_0}$ existe

*4)* Soit $f$ la fonction telle que : $f(x) = x + \frac{x^2-1}{x^3+2x^2-x-2}$.
☐ D'après le théorème des valeurs intermédiaires appliqué à $f$ sur $\mathbb{R}$, on peut conclure que $f$ s'annule sur $\mathbb{R}$
☐ $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(0) = \frac{3}{4}$
☐ $f'(-1) = 0$
☐ On ne peut pas prolonger $f$ par continuité en $x = -2$

*5)* Soit $f$ la fonction définie sur $[0;1]$ par : $f(x) = x^3 - x$.
☐ D'après le théorème de Rolle appliqué à $f$ sur $[0,1]$, $f'$ s'annule sur $]0;1[$.
☐ Les deux seules racines réelles de cette fonction polynôme sont 0 et 1.
☐ $f$ est concave sur $[0;1]$.
☐ Toutes les réponses précédentes sont exactes.

**Exercice 2** **8 points**

Soit $f$ la fonction définie par

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x^3 + x^2 - x - 1}$$

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

<u>Partie 1</u> :

*1)* Déterminer le domaine de définition $D_f$ de $f$.

*2)* Calculer la limite de $f$ en 1.

*3)* Est-ce que $f$ est prolongeable par continuité en $x = 1$ ? Si oui, donner l'expression de $\tilde{f}$ le prolongement associé.

Partie 2 :

*1)* Montrer que $f$ est dérivable sur $]0;1[\cup]1;+\infty[$.

*2)* $f$ est-elle dérivable en $0$ ?

*3)* Déterminer une expression de $f'$.

Partie 3 :

*1)* Rappeler l'énoncé du Théorème des valeurs intermédiaires.

*2)* Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ admet une solution dans l'intervalle $]0; 1[$.

**Exercice 3** **7 points**

Soit $f$ la fonction numérique définie par :

$$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 24x^2 - 48x$$

*1)* Déterminer $\mathcal{D}_f$.

*2)* Vérifier que $f$ est de classe $C^2$ sur $\mathcal{D}_f$.

*3)* Donner une expression pour $f'$ et $f''$ sur $D_f$.

*4)* Déterminer les limites de $f$ aux bornes de $\mathcal{D}_f$.

*5)* Que peut-on en déduire concernant les éventuels extrema globaux de $f$ sur $D_f$ ?

*6)* Déterminer les points stationnaires de $f$.

*7)* Etudier la nature de ces points stationnaires.