UNIVERSITÉ TOULOUSE 1 CAPITOLE

Année Universitaire 2012-2013
SESSION 2

SEMESTRE 6

LICENCE 3 mention ECONOMIE

Optimisation / code : L3S65

Lundi 1er juillet 2013

-=-=-=-=-

P. PLAZANET

→ durée conseillée pour traiter **ce** sujet : 1 heure
→ **ATTENTION** : le nom de la matière et son code doivent être **IMPERATIVEMENT** recopiés sur la copie d'examen

Seule la calculatrice FX-92 est autorisée.

1. Soit $f(x,y) = y - 2\ln(x+y)$.
   On note $K_1 = \left\{(x,y) \in (\mathbb{R}^{+*})^2 ; 2y < x < 3y\right\}$ et $K_2 = \left\{(x,y) \in (\mathbb{R}^{+*})^2 ; 2y \leq x \leq 3y\right\}$.
   (a) La fonction f admet-elle un minimum sur K_1 ? Un maximum sur K_1 ?
   (b) Minimiser f sur K_2.

2. Soient $v = (1,2,0,4)$ et $C = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 ; x+y+z+t = 3 \text{ et } x+y-z-t = 1\right\}$.
   Calculer le projeté orthogonal de v sur C et la distance de v à C.

3. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$ et $f(x,y) = e^{-2x}y^{\alpha}$.
   (a) Calculer la hessienne de f.
   (b) Pour quelles valeurs de α la fonction f est-elle convexe sur $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^{+*}$?

4. Soit $f(x,y) = x^2 + y^2 + z^2 + \frac{2}{xyz}$.
   (a) Montrer que f est strictement convexe sur $(\mathbb{R}^{+*})^3$.
   (On pourra penser au logarithme de $\frac{1}{xyz}$)
   (b) Minimiser f sur $(\mathbb{R}^{+*})^3$.

5. Minimiser et maximiser sur $K = [-2,2]^2$ la fonction $f(x,y) = e^{x+4y} + 4e^{3x+2y}$.
   (On commencera par étudier le signe des dérivées partielles du premier ordre).

Barème envisagé : 1)1+4 2)4 3)2+2 4)2+2 5)3 .