

**Semestre 6**  
**LICENCE 3 mention ÉCONOMIE**  
**LICENCE 3 mention ÉCONOMIE et MATHÉMATIQUES**  
**LICENCE 3 mention ÉCONOMIE et DROIT parcours DROIT PRIVÉ**  
**LICENCE 3 mention ÉCONOMIE et DROIT parcours DROIT PUBLIC**

**CROISSANCE ET DYNAMIQUE  
ÉCONOMIQUE**  
(durée 1h30)

N. PISTOLESI

**Jeudi 16 mai 2013 ~ 13h30 – 15h00**

-≡≡≡≡≡-

**Exercice (environ 10 points)**

On étudie une économie caractérisée par les hypothèses suivantes:

Le nombre d'individus nés en  $t$  est noté  $N$  et le taux de croissance exogène de la population est nul. Chaque individu né en  $t$  vit deux périodes pendant lesquelles il consomme respectivement les quantités  $c_t$  et  $d_{t+1}$ . Lors de la première période, l'individu offre une unité de travail rémunérée au taux de salaire brut  $\omega_t$ ; au cours de la seconde période, l'individu ne travaille pas: il est à la retraite. Il a la possibilité d'épargner à la première période, une quantité  $s_t$ ; en seconde période, il touche le rendement de son épargne soit  $(1 + r_{t+1})s_t$ . Il existe un système de retraite par répartition. En première période, le salaire de l'individu est taxé au taux  $\tau_t$ ; en seconde période, l'individu reçoit une pension notée  $\pi$ . Le système de retraite est équilibré: pour tout  $t$ , les cotisations des jeunes sont égales aux pensions versées aux vieux. Les préférences d'un individu né en  $t$  sont décrites par la fonction d'utilité inter-temporelle suivante:

$$V(c_t, d_{t+1}) = \ln c_t + \frac{1}{1 + \rho} \ln d_{t+1}$$

où  $\rho \geq 0$  est le taux de préférence pour le présent. Il existe un unique bien dans l'économie produit par un grand nombre de firmes identiques en situation de concurrence. La production agrégée  $Y_t$  dépend du stock de capital  $K_t$  et de la quantité de travail  $L_t$  à la période  $t$ . La fonction de production est telle que :

$$Y_t = K_t^\alpha (\bar{K}_t L_t)^{1-\alpha}$$

où  $\bar{K}_t$  est une externalité de type *apprentissage par la pratique*. On a  $\alpha \in ]0, 1[$  et  $K_0$  est donné. Le stock de capital se déprécie totalement au cours d'une période ( $\delta = 1$ ) et l'investissement brut réalisé à la date  $t$  est noté  $I_t$ .

1. Ecrivez les contraintes budgétaires de première et seconde période d'un individu né en  $t$ . Déduisez-en la contrainte budgétaire inter-temporelle.
2. Déterminez l'épargne optimale d'un individu né en  $t$ . Commentez, sans calcul, l'influence du système de retraite sur l'épargne.
3. Ecrivez la condition d'équilibre du système de retraite et déduisez-en la valeur de  $\tau_t$  pour toute date  $t$ ; remplacez cette valeur dans l'épargne optimale d'un individu né en  $t$ . Montrez qu'elle s'écrit:

$$s_t = \frac{\omega_t}{2 + \rho} - \frac{\pi}{2 + \rho} \left[ 1 + \frac{1 + \rho}{1 + r_{t+1}} \right].$$

1/2

4. Ecrivez les conditions du premier ordre du programme de maximisation du profit de la firme.
5. Donnez les conditions d'équilibre des marchés. Définissez l'équilibre inter-temporel avec externalité de cette économie (lorsque  $K_t = \bar{K}_t$ ) et montrez qu'il est la solution d'une équation de récurrence en  $K_t$  que vous déterminerez.
6. Déterminez le taux de croissance de  $K_t$ . Montrez que

$$\lim_{K_t \rightarrow +\infty} \left( \frac{K_{t+1}}{K_t} - 1 \right) = \frac{(1 - \alpha)N^{\alpha-1}}{2 + \rho} - 1$$

Qu'en concluez-vous ?

7. Analysez l'influence du système de retraite sur le taux de croissance du capital.

**Questions de cours: (environ 10 points)**

1. Le modèle à générations imbriquées avec investissement en capital physique et en capital humain.
2. Résumez en une dizaine de lignes, le chapitre III intitulé *L'hypothèse du cycle de vie*, du livre *Macroéconomie: consommation et épargne* écrit par Patrick Villieu.
3. L'impact d'une politique de dette publique dans le modèle de Ramsey.