UNIVERSITÉ TOULOUSE 1 CAPITOLE

TSE
Toulouse School of Economics
École d'économie de Toulouse

Année Universitaire 2012-2013
SESSION 1

Semestre 5
LICENCE 3 mention ECONOMIE

THÉORIE DES JEUX
(durée 1h30)

Vendredi 11 janvier 2013 ~ 11h30 – 13h00

B. GOBILLARD

Le barème est indicatif.

Justifier vos réponses.

EXERCICE 1. (10 points)

On considère une version simplifiée du duopole de Cournot pour laquelle l'information est incomplète. Plus précisément, la firme 1 ne connaît pas parfaitement les paiements de la firme 2: la firme 1 croit que la firme 2 a un coût qui est élevé avec probabilité $1/3$ et un coût qui est faible avec probabilité $2/3$. La firme 2 connaît son type (elle sait si son coût est élevé ou faible avant de choisir son niveau de production). Chaque firme a le choix entre produire une quantité elevée (E) et produire une quantité faible (F), avec les paiements qui sont donnés par les matrices suivantes (la firme 1 est le joueur ligne). Les deux firmes choisissent la quantité qu'elles souhaitent produire simultanément et jouent en stratégie pure.

Si la firme 2 a un coût élevé les paiements sont les suivants:

	E	F
E	0,-1	3,0
F	1,1	2,2

Si la firme 2 a un coût faible les paiements sont les suivants:

	E	F
E	0,2	3,1
F	1,4	2,3

1. Représenter ce jeu sous forme extensive (en indiquant les paiements) et indiquer les différents sous-jeux. (2 points)
2. Définir (pour ce jeu) ce qu'est une stratégie pure pour la firme 1, ce qu'est une stratégie pure pour la firme 2, et donner la définition d'un équilibre de Nash en stratégie pure. (1,5 point)
3. Si la firme 2 a un coût élevé, quelle est sa meilleure stratégie? Quelle est sa meilleure stratégie si son coût est faible? Peut-on en déduire qu'il existe une stratégie optimale pour la firme 2? La représenter sur l'arbre de jeu si la réponse est positive. (2 points)
4. Donner la définition d'une stratégie strictement dominée pour un jeu sous forme normale G. La firme 2 a-t-elle une stratégie strictement dominée? Si oui donner un exemple. (1,5 point)

5. Supposons que la firme 1 anticipe que la firme 2 adopte un comportement rationnel. Quel est alors son paiement espéré si elle choisit de produire une quantité élevée? Quel est son paiement espéré si elle produit une quantité faible? (1 point)

6. Pouvez vous en déduire l'équilibre de Nash (en stratégie pure) de ce jeu? (0,5 point)

7. Quel sera le résultat (l'EN) de ce jeu si la firme 1 apprend le type de la firme 2 avant de prendre une décision? (1,5 point)

Exercice 2. (12 points)

Un prisionner souhaite s'évader de prison. Il a le choix entre escalader un mur (m) ou creuser un tunnel (t). Un gardien peut empêcher le prisonnier d'escalader le mur en postant un garde à cet endroit (M). Il peut empêcher le prisonnier de creuser un tunnel en faisant inspecter sa cellule régulièrement (T). Cependant, il n'a pas assez de gardes pour faire exécuter les deux tâches et doit choisir entre M et T. Le garde et le prisonnier prennent leur décision simultanément.

1. Choisir (et justifier) des paiements numériques simples pour ce jeu sachant que l'on vous impose les contraintes suivantes. L'intérêt du prisonnier est de s'échapper, celui du garde est d'empêcher le prisonnier de s'échapper, et le jeu est à somme nulle. Ecrire ce jeu sous forme normale et indiquer l'EN de ce jeu (utiliser un résultat vu en cours). (1,5 point)

Supposons désormais que le garde a un supplément d'utilité $b \in [0,2[$ si il choisit la stratégie M, et que le prisonnier a un supplément d'utilité égal à b si il choisit t, de telle façon que la matrice des paiements est la suivante:

	m	t
M	1+b,-1	-1+b,1+b
T	-1,1	+1,-1+b

2. Représenter ce jeu sous forme extensive et indiquer les différents sous-jeux. (1 point)

3. Déterminer les ensembles meilleure réponse et l'ensemble des équilibres de Nash du jeu (la solution peut dépendre de la valeur de b). (4 points)

4. Faire un graphique pour lorsque $b = 1$. (1 point)

5. Que dire de ce jeu si $b > 2$? (1 point)

Supposons désormais que $b = 0$ et que le garde prend sa décision en premier (si il choisit t ou m) et que le prisonnier prend connaissance de cette décision avant d'agir.

6. Décrire ce jeu sous forme extensive et indiquer les différents sous-jeux. (1 point)

7. L'équilibre du jeu simultané est-il toujours un équilibre de Nash de ce jeu? Expliquer. (1 point)

8. Caractériser l'ensemble des équilibres de Nash parfait en sous-jeu de ce jeu. (1,5 point)

Question Subsidiaire. (1 point) Un de vos camarades vous indique que, à l'équilibre en stratégie mixte de la question 3, le garde diminue la probabilité avec laquelle il joue son action préférée M lorsque b augmente. Commenter cette assertion. (1 point)