

SEMESTRE 5
LICENCE 3 mention ECONOMIE
LICENCE 3 mention ECONOMIE parcours Magistère

Mathématiques / code : L3S53

Lundi 24 Juin 2013 ~ amphi MB1

==

P. PLAZANET

→ durée conseillée pour traiter ce sujet : 1 heure

→ **ATTENTION** : le nom de la matière et son code doivent être **IMPERATIVEMENT** recopiés sur la copie d'examen

Seule la calculatrice FX-92 est autorisée.

1. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (a) Calculer les valeurs propres de A . Montrer que A est diagonalisable.
 (b) Soit $g(X) = (X - 1)(X - 2)$. Montrer que g est un polynôme annulateur de A .
 (c) Calculer A^{100} (par la méthode de votre choix).

2. Soit $v = (2, -1, 0)$.

Soient $C = \{(\lambda + 2\mu, \lambda - 3\mu, \lambda + \mu); (\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2\}$
 et $C' = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x + y + z = 0, 2x - 3y + z = 0\}$.

- (a) On appelle w le projeté orthogonal de v sur C et d la distance de v à C . Calculer w et d .
 (b) On appelle w' le projeté orthogonal de v sur C' et d' la distance de v à C' . Calculer w' et d' .

3. Soit $f(x, y) = (xy, (1+x)(1+y))$.

- (a) Calculer la matrice jacobienne de f .
 (b) Préciser l'application affine tangente à f en $a = (1, 2)$
 et le sous espace affine tangent au graphe de f en $M = (a, f(a))$.

4. Etudier la convergence des séries suivantes :

(a) $\sum \frac{\sqrt{n+2}}{n^2 + \sqrt{n+3}}$

(b) $\sum \frac{(n+4)^3}{n!}$

Barème envisagé : 1)3+1+2 2)3+2 3)2+3 4)2+2