UNIVERSITÉ TOULOUSE 1 CAPITOLE

TSE

Toulouse School of Economics
École d'économie de Toulouse

Année Universitaire 2012-2013
SESSION 1

Semestre 4
LICENCE 2 mention ÉCONOMIE et GESTION
LICENCE 2 mention ÉCONOMIE et DROIT

STATISTIQUE INFERENTIELLE
(durée 1h30)

P. LAVERGNE

Lundi 6 mai 2013 ~ 10h30 -12h00

-=-=-=-=-

CONSIGNES :

1. Ne sont autorisés que la calculatrice type fx92, les stylos, crayons à papier, blanco, effaceurs, surligneurs, souligneurs, bouteille d'eau et nourriture éventuelle dans des proportions raisonnables (en particulier ne sont pas autorisés les téléphones portables, les documents, les trousses).
2. Vous ne devez **rédiger que sur le sujet**. Il est à rendre avec la copie.
3. Coller une de vos etiquettes à la fin du sujet, et insérez le sujet dans la copie où vous aurez collé une autre étiquette.

Exercice 1 (8 points)

Un promoteur souhaite déterminer quel prix un locataire type serait prêt à payer par mois pour profiter d'un garage. On appelle X la variable prix et μ sa moyenne. Le promoteur interroge 25 locataires désirant un garage et habitant dans une de ses résidences. Sur cet échantillon, la moyenne empirique du prix que consentirait à payer un locataire est $\bar{X} = 51.8$ euros avec un écart-type de $s = 5,2$ euros. Tous les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

1. Donner la formule pour un intervalle de confiance pour μ de niveau de confiance $1 - \alpha$.

2. Quelles hypothèses doit-on faire pour que cet intervalle de confiance soit valide ?

3. En supposant ces hypothèses vérifiées, calculer pour l'échantillon particulier l'intervalle de confiance pour μ de niveau de confiance 95%. Interpréter.

4. Calculer un intervalle de confiance de niveau de confiance 95% pour σ^2.

5. Le promoteur estime que l'investissement est rentable s'il peut recevoir en moyenne plus de 50 euros par mois et par garage. Il souhaite donc s'assurer que construire des garages sera rentable. Formuler les hypothèses H_0 et H_1.

6. Donner l'expression formelle de la statistique de test Z.

7. Déterminer la règle formelle de rejet du test au niveau 5%.

8. Calculer la statistique de test et en déduire l'issue du test au niveau 5%. Qu'en concluez-vous ?

9. Sans faire de nouveaux calculs, quelle serait l'issue du test au niveau 1% ? Expliquer votre raisonnement.

Questionnaire à choix multiple (12 points)

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Une réponse juste vaut 1.5 point tandis qu'une réponse fausse vaut -0.5 points (de façon à éviter les réponses au hasard). Toutefois, il n'y aura pas de note globale négative au QCM. **Les réponses doivent être indiquées dans le tableau prévu à cet effet à la fin du QCM**

Supposons que le promoteur de l'exercice précédent décide de construire des garages. Il désire connaître le nombre de garages qu'il serait souhaitable de construire dans la nouvelle résidence en projet, afin de s'assurer que les locataires puissent y ranger leur voiture.
Soit Y_n, le nombre de locataires souhaitant détenir un garage. On suppose que la résidence compte $n = 200$ locataires et que la probabilité qu'un locataire souhaite un garage est $p = 0,4$.

1 - Le nombre de garages que le promoteur doit prévoir pour être sûr qu'à 95% tous les locataires soient satisfaits est *(Aide : déterminer la loi de Y_n puis répondre en utilisant la correction de continuité)*

Réponses possibles :

a. 95
b. 92
c. 59
d. 90

Quel pourcentage p de la population préfère la télévision à la lecture ? On interroge $n = 1000$ individus. Sur $n_1 = 400$ individus agés de 18 à 25 ans (les "jeunes"), 280 déclarent préférer la télévision à la lecture. Sur $n_2 = 600$ individus agés de 25 à 50 ans ("les adultes"), 360 disent préférer la télévision. On note $\hat{p}_1 = 70\%$ et $\hat{p}_2 = 60\%$ les proportions empiriques correspondantes à chaque échantillon.

2 - Parmi ces estimateurs, lequel n'est pas un estimateur sans biais de p ?

Réponses possibles :

a. $\frac{7}{10}\hat{p}_1 + \frac{6}{10}\hat{p}_2$
b. $\hat{p}_2$
c. $\frac{2}{5}\hat{p}_1 + \frac{3}{5}\hat{p}_2$
d. $\frac{1}{2}\hat{p}_1 + \frac{1}{2}\hat{p}_2$

3 - Parmi ces estimateurs, lequel est le plus efficace ?

Réponses possibles :

a. $\frac{7}{10}\hat{p}_1 + \frac{6}{10}\hat{p}_2$
b. $\hat{p}_2$
c. $\frac{2}{5}\hat{p}_1 + \frac{3}{5}\hat{p}_2$
d. $\frac{1}{2}\hat{p}_1 + \frac{1}{2}\hat{p}_2$

4 - Un intervalle de confiance de niveau de confiance 99% pour p basé sur l'échantillon global est

Réponses possibles :

a. $[60.1\%; 67.9\%]$
b. $[61\%; 67\%]$
c. $[58.8\%; 69.2\%]$
d. $[61.5\%; 66.5\%]$

5- On s'intéresse maintenant au la différence entre p_1 et p_2, p_1 est la proportion des "jeunes" (18-24 ans) qui préfèrent la télévision, p_2 est la proportion des "adultes" (25-50 ans) qui préfèrent la télévision. Un intervalle de confiance à 95% pour cette différence est

Réponses possibles :

- **a.** $[2.91\%; 17.09\%]$
- **b.** $[4.03\%; 15.97\%]$
- **c.** $[-2.81\%; 17.19\%]$
- **d.** $[3.95\%; 16.05\%]$

6- Plus spécifiquement, on veut savoir si la proportion est plus importante chez les "jeunes," donc tester $H_0 : p_1 \leq p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$. Pour tester cette hypothèse, la statistique de test observée est

Réponses possibles :

- **a.** 3.23
- **b.** 41.03
- **c.** 0.64
- **d.** 6.59

7- La p-valeur associée est

Réponses possibles :

- **a.** entre 1% et 5%
- **b.** plus grande que 10%
- **c.** plus petite que 1%
- **d.** entre 5% et 10%

8- Au niveau 5%, on conclut que

Réponses possibles :

- **a.** les "jeunes" (18-24 ans) ne préfèrent pas plus la télévision que les "adultes" (25-50 ans)
- **b.** les "jeunes" (18-24 ans) préfèrent plus la télévision que les "adultes" (25-50 ans)
- **c.** les "adultes" (25-50 ans) ne préfèrent pas plus la télévision que les "jeunes" (18-24 ans)
- **d.** les "adultes" (25-50 ans) préfèrent plus la télévision que les "jeunes" (18-24 ans)

Grille des réponses :
Cocher les cases correspondant aux réponses correctes, laisser vides les autres.

	a	b	c	d
question 1				
question 2				
question 3				
question 4				
question 5				
question 6				
question 7				
question 8				

Collez ici une étiquette

Loi de student

Quantiles d'ordre β d'une loi de Student à n degrés de liberté : Valeurs de x telles que $\Pr(X \leq x) = \beta$, avec $X \sim T_n$.

n/β	0.75	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
1	1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	636.6192
2	0.8165	1.8856	2.92	4.3027	6.9646	9.9248	31.5991
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	12.924
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	8.6103
5	0.7267	1.4759	2.015	2.5706	3.3649	4.0321	6.8688
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.9588
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.998	3.4995	5.4079
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.306	2.8965	3.3554	5.0413
9	0.7027	1.383	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.7809
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.5869
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.201	2.7181	3.1058	4.437
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.681	3.0545	4.3178
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	4.2208
14	0.6924	1.345	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	4.1405
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	4.0728
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	4.015
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.9651
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.9216
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.093	2.5395	2.8609	3.8834
20	0.687	1.3253	1.7247	2.086	2.528	2.8453	3.8495
21	0.6864	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.8193
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.7921
23	0.6853	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.7676
24	0.6848	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.7454
25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.7251
26	0.684	1.315	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.7066
27	0.6837	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.6896
28	0.6834	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.6739
29	0.683	1.3114	1.6991	2.0452	2.462	2.7564	3.6594
30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.75	3.646
40	0.6807	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	3.551
60	0.6786	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	3.4602
80	0.6776	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	3.4163
100	0.677	1.2901	1.6602	1.984	2.3642	2.6259	3.3905
120	0.6765	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174	3.3735
Inf	0.6745	1.2816	1.6449	1.96	2.3263	2.5758	3.2905

Loi du chi-deux

Quantiles d'ordre β d'une loi de Khi-deux à 24 degrés de liberté :
Valeurs de x telles que $\Pr(X \leq x) = \beta$, avec $X \sim \chi^2_{24}$.

β	**0.01**	**0.025**	**0.05**	**0.1**	**0.9**	**0.95**	**0.975**	**0.99**
x	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98