

SEMESTRE 4
LICENCE 2 mention ECONOMIE ET GESTION

Mathématiques Approfondies /
code : L2S464

Lundi 1^{er} juillet 2013

=====

B. ALZIARY

↳ durée conseillée pour traiter ce sujet : 1 heure

↳ **ATTENTION** : le nom de la matière et son code doivent être **IMPERATIVEMENT** recopiés sur la copie d'examen

Tous documents et calculatrices sont interdits. Vous devez rendre le sujet en même temps que votre feuille.

Exercice 1. On considère le polynôme

$$P = X^3 + (i - 1)X^2 - (i - 1)X - 1.$$

1. Montrer que P possède une racine entière.
2. Trouver les deux autres racines et les mettre sous forme exponentiel.
Factoriser le polynôme dans $C[X]$.

Exercice 2. Trouver les suites réelles $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifiant :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad 4u_{n+1} - u_n = n + \frac{1}{7^n}.$$

Exercice 3. Trouver la suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifiant :

$$\begin{cases} u_0 = 1, & u_1 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N} & 3u_{n+2} = 7u_{n+1} - 2u_n + \frac{1}{3^n} \end{cases}$$

Exercice 4. On veut étudier la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 \in]-\infty, 5] \\ u_{n+1} = -u_n^2 + 10u_n - 20 \end{cases}$$

1. Etudier la fonction f , définie par $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 10x - 20$.
Donner le signe de $f(x) - x$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. Montrer que si $u_0 \in]-\infty, 5]$ alors pour tout $n, u_n \in]-\infty, 5]$.
3. Etudier la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dans les différents cas, pour $u_0 \in]-\infty, 5]$.