

SEMESTRE 3
LICENCE 2 mention ÉCONOMIE et GESTION
LICENCE 2 mention ÉCONOMIE et DROIT
LICENCE 2 mention ÉCONOMIE et INFORMATIQUE

Sujet 1

PROBABILITÉS

(durée 1h30)

Lundi 7 Janvier 2013 ~ 14h30 - 16h00

O. PERRIN

Seule la calculatrice de type Casio FX-92 est autorisée.

Une seule grille est donnée.

Barème : une réponse juste vaut 1 point, une mauvaise réponse vaut -0,4 point et une non-réponse vaut 0 point.

Questions indépendantes

Question 1 A et B sont deux événements indépendants tels que $P(A) = 1/2$ et $P(B) = 1/4$. $P(A + B)$ vaut

- (a) $2/4$
- (b) $1/8$
- (c) $5/8$
- (d) $3/8$.

Question 2 A et B sont deux événements indépendants tels que $P(A) = 1/2$ et $P(B) = 1/4$. La probabilité conditionnelle $P(A|A + B)$ vaut

- (a) 1
- (b) $4/5$
- (c) $2/5$
- (d) $3/8$.

Question 3 Soit X une variable aléatoire (*v.a.*) suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(150; 0,001)$. On peut approximer la loi de X par

- (a) une loi hypergéométrique $H(150; 15; 0,001)$
- (b) une loi de Bernouilli $\mathcal{B}(1; 0,001)$
- (c) une loi de Poisson $\mathcal{P}(0, 15)$
- (d) une loi de Poisson $\mathcal{P}(15)$.

Question 4 Soit X une *v.a.* qui suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma)$. Sachant que

$$P(X > -2) = 0,309 \text{ et } P(|X - \mu| < 1) = 0,382,$$

μ et σ valent (on donne $\Phi(0,5) = 0,691$)

- (a) $\mu = -3$ et $\sigma = 2$
- (b) $\mu = -4$ et $\sigma = 4$
- (c) $\mu = -3$ et $\sigma = 0,5$
- (d) $\mu = 3$ et $\sigma = 0,5$.

Question 5 Soit $\underline{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ un vecteur aléatoire dont les moments principaux sont $E(\underline{X}) = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $V(\underline{X}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$. Soit la *v.a.* $U = 3X^2 + 6XY - Y^2$. L'espérance de U vaut

- (a) 8
- (b) 19
- (c) 11
- (d) 15.

Problème I

Soit (X, Y) le couple continu de densité conjointe

$$f(x, y) = \exp(x - y) \mathbb{1}_D(x, y),$$

où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1 \text{ et } x \leq y < +\infty\}$

Question 6 Les v.a. X et Y sont

- (a) symétriques
- (b) de même loi
- (c) indépendantes
- (d) dépendantes.

Question 7 $P(Y > 2X)$ vaut

- (a) $1 - \exp(-1)$
- (b) $\exp(-1)$
- (c) $\exp(1)$
- (d) $1 - \exp(1)$.

Question 8 On s'intéresse maintenant au couple (U, V) défini sur $\Delta = (0, 1) \times \mathbb{R}^+$ par $U = X$ et $V = Y - X$. La densité conjointe $g(u, v)$ de (U, V) vaut

- (a) $(1 - \exp(-v)) \mathbb{1}_{(0,1) \times \mathbb{R}^+}(u, v)$
- (b) $(1 - \exp(v)) \mathbb{1}_{(0,1) \times \mathbb{R}^+}(u, v)$
- (c) $\exp(-v) \mathbb{1}_{(0,1) \times \mathbb{R}^+}(u, v)$
- (d) $\exp(-v) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+ \times (0,1)}(u, v)$.

Question 9 Les v.a. U et V sont

- (a) symétriques
- (b) de même loi
- (c) indépendantes
- (d) dépendantes

Question 10 Les lois suivies par U et V sont

- (a) $U \sim U_{(0,1)}$ et $V \sim \gamma_1$
- (b) $V \sim U_{(0,1)}$ et $U \sim \gamma_1$
- (c) $U \sim \gamma_1$ et $V \sim \text{Exp}(1)$
- (d) on ne peut rien dire.

Problème II

Soit (X, Y) le couple continu de densité conjointe

$$f(x, y) = C(x + y) \exp(-(x + y)) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+}(x, y),$$

où C est une constante.

Question 11 La densité marginale $f_X(x)$ de X vaut

- (a) $C(x + 2) \exp(-2x) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(x)$
- (b) $C(x + 1) \exp(-2x) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(x)$
- (c) $C(x + 2) \exp(-x) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(x)$
- (d) $C(x + 1) \exp(-x) \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(x)$.

Question 12 La constante C vaut

- (a) 2
- (b) -2
- (c) 1
- (d) 1/2.

Question 13 $V(Y)$ vaut

- (a) 7/4
- (b) 3/2
- (c) 4
- (d) 25/4.

Question 14 $E(XY)$ vaut

- (a) 1
- (b) 2
- (c) -1
- (d) 0 car les *v.a.* X et Y sont indépendantes.

Question 15 Le coefficient de corrélation entre X et Y vaut

- (a) 1/7
- (b) -9/7
- (c) -1/7
- (d) 0 car les *v.a.* X et Y sont indépendantes.

Coller
verticalement
la
troisième
étiquette
ici.

Grille des réponses

Barème : une réponse juste vaut 1 point, une non-réponse vaut 0 point et une réponse fausse vaut -0.4 point.

	(a)	(b)	(c)	(d)
Question 1.				
Question 2.				
Question 3.				
Question 4.				
Question 5.				
Question 6.				
Question 7.				
Question 8.				
Question 9.				
Question 10.				
Question 11.				
Question 12.				
Question 13.				
Question 14.				
Question 15.				